

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Geometria 3 (Görbék és felületek differenciálható geometriája)						
A tantárgy kódja	MLM0016						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Mezei Ildikó Ilona						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Mezei Ildikó Ilona						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	3	2.6 Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező –szaktárgy

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszámja)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					25
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					10
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					25
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					10
Leadott házi feladatok javítása					14
3.7 Egyéni munka össz-óraszámja	94				
3.8 A félév össz-óraszámja			150		
3.9 Kreditszám			6		

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nincs</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vektorszámítás, analitikus geometria, egy és többváltozós matematikai analízis, differenciál egyenletek</li> </ul>

### 4 Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektorral felszerelt terem</li> </ul>

## 5 Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<p>C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</p> <p>C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</p> <p>C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</p> <p>C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</p> <p>C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</p> <p>C2.4 Előzetesen létező adatokat feldolgozó feladatmegoldásból származó adatok összehasonlító elemzése</p> <p>C2.5 Projektek, dolgozatok kidolgozása és bemutatása az adatelemzés eredményeire vonatkozóan</p> <p>C3.5.Feladatok algoritmikus megoldására vonatkozó projektek elkészítése</p> <p>C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</p> <p>C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</p> <p>C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</p> <p>C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzéseA görbék és felületek alaptételeinek ismerete és megfelelő használata.</p>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<p>CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</p> <p>CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</p>

## 6 A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>• számolási készségek, kreatív gondolkodás fejlesztése</li> <li>• a térbenlátás fejlesztése</li> <li>• feladatmegoldói, matematikai szövegértési készségek, jártasságok fejlesztése</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<p>Az előadások és szemináriumok végére a diákok:</p> <p>tudják alkalmazni a differenciál és integrálszámítást a görbék és felületek geometriai vizsgálata érdekében</p> <p>meg tudnak oldani differenciálegyenleteket egy görbe illetve felületcsalád egyeneleteinek meghatározása érdekében</p> <p>meg tudják határozni egy görbe érintőjének, normalsíkjának az egyenletét, a Frenet-féle triéder elemeit</p> <p>fel tudják írni a Frenet féle képleteket és alkalmazni tudják a görbék</p>

lokális geometriájának vizsgálatában  
 ki tudják számítani egy görbe görbületét, torzióját  
 fel tudják írni egy felület első és második alapformáját,  
 szögeket, távolságokat határoznak meg a felületen  
 ki tudják számítani egy felület különböző görbületeit  
 A tanult tulajdonságokat tudják alkalmazni számítógépes  
 modellezésekben

## 7 A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Görbék értelmezése, érintő, normálsík	Előadás, magyarázat	
2. Általános helyzetű görbék, simulósík, vektormezők egy görbe mentén, a Frenet-féle koordináta-rendszer	Előadás, magyarázat	
3. A Frenet-féle képletek, görbe görbülete és torziója	Előadás, magyarázat	
4. A Frenet-féle triéder, a térgörbe görbületének és torziójának mértani jelentése	Előadás, magyarázat	
5. Egy térgörbe simulóköre és simulógömbje	Előadás, magyarázat	
6. Síkgörbecsalád burkolója, a síkgörbe evolútája, síkgörbe evolvensze	Előadás, számítógépes szemléltetés, magyarázat	
7. Az izoperimetrikus egyenlőtlenség, sík és térgörbék elméletének alaptétele, természetes egyenlet	Előadás, magyarázat	
8. Felületek értelmezése, példák, koordináta-görbék rendszere, érintősík, normálsík	Előadás, számítógépes szemléltetés	
9. A felületek első alapformája felületen elhelyezkedő görbeív hossza, a felületen elhelyezkedő két görbe szöge, felületrész területe	Előadás, magyarázat	
10. Felületek második alapformája, normálgörbület	Előadás, magyarázat	
11. Felület főgörbületei, közép és összegörbület, Teorema Egregium	Előadás, magyarázat	
12. Minimálfelületek és állandó összegörbületű felületek	Előadás, magyarázat	
13. Darboux féle koordináta-rendszer, Darboux féle képletek	Előadás, magyarázat	
14. Geodetikus vonalak egy felületen	Előadás, számítógépes szemléltetés	

### Könyvészet

1. Mezei I.I, Varga Cs, Görbék és felületek, Ábel Kiadó, 2011.
2. Blaga A. P., Lectures on Classical Differential Geometry, Editura RISOPRINT, Cluj-Napoca, 2005
3. Enghiş P., Ţarină M., Curs de Geometrie Diferenţială, Cluj-Napoca, 1985
4. Murgulescu E., col., Geometrie analitică si diferenţială, Editura Didactică si Pedagogică, Bucureşti, 1965.

5. Murgulescu E., col., Geometrie analitică in spațiu si geometrie diferențială, Culegere de probleme, vol. 2 Ed.Didactică si Pedagogică, București.
6. Pinte C., Geometrie, Presa Universitara Clujeana, 2001.
7. Teodorescu I.D., Geometrie Superioară, Ed. Didactică si Pedagogică, București , 1970
8. Teodorescu I.D., Teodorescu S.D., Culegere de probleme de Geometrie Superioară, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Feladatok: a görbék regularitása, egyszerűségének vizsgálata, a Peano görbe vizsgálata, érintő, normálsík	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	
2. Nevezetes görbék vizsgálata, egyenletük levezetése: ciklois, epiciklois, hipociklois, sajátos esetek, spirálok,	Megbeszélés, feladatmegoldás számítógépes szemléltetés	
3. Feladatmegoldás: görbe ívhossza, érintő, normálsík, általános helyzetű görbék, simulósík, a Frenet-féle triéderlemeinek meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás	
4. Feladatmegoldás: a Frenet-féle koordináta-rendszer Frenet-féle képletek alkalmazása, görbe görbülete és torziójának kiszámítása, Lancret tétele	Megbeszélés, feladatmegoldás	
5. Feladatmegoldás: egy térgörbe simulóköre és simulógömbje	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	
6. Feladatmegoldás: egy illetve két paramétertől függő síkgörbecsalád burkolója, paraméteres egyenletekkel megadott görbecsalád burkolója, a síkgörbe evolútája, síkgörbe evolvensé	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
7. Feladatmegoldás: görbék természetes egyenletének meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes modellezés	
8. Sajátos felületosztályok vizsgálata, érintősík, normális,	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
9. Feladatmegoldás: a felületek első alapformája, felületen elhelyezkedő görbeív hossza, felületen elhelyezkedő két görbe szöge, felületrész területének meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
10. Feladatmegoldás: felületek második alapformája, normálgörbület	Megbeszélés, feladatmegoldás	
11. Egy felület főgörbületeinek, közép és	Megbeszélés,	

összgörbületének kiszámítása	feladatmegoldás	
12. Feladatmegoldás: minimálfelületek, állandó összgörbületű felületek	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
13. Feladatok a Darboux-féle kkoordináta-rendszer használatával	Megbeszélés, feladatmegoldás	
14. Feladatmegoldás : geodetikus vonalak meghatározása, állandó összgörbületű felületek, mint geometriai modellek vizsgálata	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	

#### Könyvészet

- 1) M Murgulescu E., col., Geometrie analitica in spatiu si geometrie diferentiale, Culegere de probleme, vol. 2 , Ed. Didactica si Pedagogica, Bucuresti
- 2) Teodorescu I.D., Teodorescu S.D., Culegere de probleme de Geometrie Superioară, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975
- 3) Fedenko A. Recueil d'exercices de geometrie differentielle, Ed. Mir, Moscou 1982
- 4) Mezei I.I, Varga Cs, Görbék és felületek, Ábel Kiadó, 2011.
- 5) Blaga A. P., Lectures on Classical Differential Geometry, Editura Risoprint, Cluj-Napoca, 2005

### 8 A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott görbék és felületek tárgy hagyományos tartalmával.
- A tantárgy tartalma az alapjait képi a differenciálgeometriának és alkalmazva lesz a Differenciálható sokaságok elmélete, a Mechanika, Matematikai Analízis, Fizika tantárgyak keretein belül

### 9 Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és alaptételek ismerete	Írásbeli vizsga	40 %
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége		40 %
		Félév közbeni tevékenység	Házi feladatok, félév közben megírt felmérők
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A görbék és felületek elméletéből a legalapvetőbb fogalmak és tételek ismerete</li> <li>• Differenciálegyenleteket tudjon megoldani egy görbe illetve felülecsalád meghatározása érdekében</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

2023.04.22.

Előadás felelőse

Dr. Mezei Ildikó-Ilona, egyet. adj.

Szeminárium felelőse

Dr. Mezei Ildikó-Ilona adj.

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2023.04.28.

Intézetigazgató,

Dr. András Szilárd-Károly, egyet. docens