

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Közönséges differenciálegyenletek						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	András Szilárd						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	András Szilárd						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	3	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kötelező - alap

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	5	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2/1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	70	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28/14
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					20
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					28
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					6
Vizsgák					6
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	80				
3.8 A félév össz-óraszama	150				
3.9 Kreditszám	6				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai analízis, differenciál és integrál számítás</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>A differenciál és integrálszámításhoz kapcsolódó kompetenciák, számolási készség funkcionális működése</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, táblával rendelkező laborterem, a gépeken telepített Matlab</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<p><b>Szakmai kompetenciák</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.4. Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása</li> <li>• C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>• C3.2 Adatok értelmezése és az algoritmikusan megoldható feladatok megoldása során a megoldás különböző lépéseinek magyarázata</li> <li>• C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése</li> <li>• C 4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján</li> <li>• C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> </ul>
<p><b>Transzverzális kompetenciák</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>CT1</b> A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• <b>CT3</b> Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

<p>7.1 A tantárgy általános célkitűzése</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bevezetés a differenciálegyenletek elméletének alapvető fogalmainak, problémáinak és jelenségeinek tanulmányozásába.</li> </ul>
<p>7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Alapfogalmak: a megoldás fogalma, egyenletek osztályozása, magasabbrendű egyenletek visszavezetése elsőrendű rendszerre, a Cauchy feladat</li> <li>2. Differenciálegyenletekhez vezető modellek: radioaktív bomlás, populációk dinamikája, mozgástörvények, ingamozgás</li> <li>3. Egzakt módon megoldható differenciálegyenletek: szétválasztható egyenletek, homogén egyenletek, elsőrendű lineáris egyenletek, Ricatti egyenletek, Lagrange és Clairaut egyenletek, magasabbrendű egyenletek</li> <li>4. A Cauchy feladat és a vele ekvivalens Volterra-féle integrálegyenlet, a Gronwall egyenlőtlenség; létezési tételek, a megoldás függése az adatoktól, a szukcesszív approximációk módszere, extrémális megoldások</li> <li>5. n-ed rendű lineáris differenciálegyenletek: a megoldáshalmaz struktúrája, alapmegoldások, a konstans variálásának módszere, állandó együtthatójú egyenletek</li> <li>6. Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet rendszerek: a megoldáshalmaz struktúrája, fundamentális megoldásmátrix, a konstans variálása, állandó együtthatójú rendszerek.</li> <li>7. Differenciálegyenletek által generált dinamikus rendszerek vizsgálata, fázistér, pályák</li> <li>8. Stabilitáselmélet, lineáris rendszerek stabilitása, perturbált rendszerek stabilitása.</li> </ol>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
I. Modellezési feladatok, a differenciálegyenlet fogalma, példák, a megoldás fogalma, a Cauchy feladat, egyenletek osztályozása	Előadás, számítógépes vizualizációk	
II. Differenciálegyenletes modellek, populációk dinamikája, radioaktív bomlás, mozgásegyenletek, ingamozgás		
III. Megoldható differenciálegyenletek: szétválasztható egyenletek, homogén egyenletek, elsőrendű lineáris egyenletek, Bernoulli-egyenletek, Ricatti-egyenletek,		
IV. Megoldható differenciálegyenletek: Lagrange és Clairaut egyenletek, magasabbrendű egyenletek		
V. A Cauchy feladat és a vele ekvivalens Volterra-féle integrálegyenlet, a Gronwall egyenlőtlenség; létezési tételek, a megoldás függése az adatoktól, a szukcesszív approximációk módszere		
VI. n-ed rendű lineáris differenciálegyenletek: a megoldáshalmaz struktúrája, alapmegoldások, a konstans variálásának módszere		
VII. Állandó együtthatójú n-ed rendű egyenletek		
VIII. Inhomogén állandó együtthatójú egyenletek, a szuperpozíció elve		
IX. Mátrix argumentumú függvények, az exponenciális függvény		
X. Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet rendszerek: a megoldáshalmaz struktúrája, fundamentális megoldásmátrix,		
XI. A konstans variálása egyenletrendszerek esetén, állandó együtthatójú rendszerek.		
XII. Inhomogén állandó együtthatójú rendszerek		
XIII. Stabilitáselmélet, lineáris rendszerek stabilitása, perturbált rendszerek stabilitása.		
XIV. A gyógyszeradagolás matematikai modellezése		
<p><b>Könyvészet</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li data-bbox="81 1877 1514 1910">1. I.A. RUS, Ecuatii diferentiale, ecuatii integrale si sisteme dinamice, Transilvania Press, Cluj, 1996.</li> <li data-bbox="81 1944 1514 1977">2. P. PAVEL, I.A. RUS, Ecuatii diferentiale si integrale, Ed. Did. Ped., Bucuresti, 1975.</li> <li data-bbox="81 2011 1514 2045">3. V. BARBU, Ecuatii diferentiale, Ed. Junimea, Iasi, 1985.</li> </ol>		

4. D.V. IONESCU, Ecuatii diferentiale si integrale, Ed. Did. Ped., Bucuresti, 1972.
5. L. PERKO, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer-Verlag, New York, 2001.
6. G. MOROSANU, Ecuatii diferentiale. Aplicatii, Ed. Acad., Bucuresti, 1990.
7. ANDRÁS SZILÁRD: Dinamikus rendszerek, Editura Didactica si pedagogica, 2008
8. SIMON L. PÉTER, TÓTH JÁNOS, Differenciálegyenletek, Typotex, 2005
9. J.C. ROBINSON, An Introduction to Ordinary Differential Equations, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
10. Hatvani László, Pintér Ferenc: Differenciálegyenletes modellek a középiskolában, Polygon Kiadó, 1997
11. W.E. Boyce, R. Di Prima: Elementary differential equations, John Wiley and sons, 2000
12. András Szilárd, Kajántó Sándor, Lukács Andor: Közönséges differenciálegyenletek, Státus Kiadó, 2018

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Szétválasztható egyenletek, homogén egyenletek	Feladatmegoldás	
2. Elsőrendű lineáris egyenletek	Feladatmegoldás	
3. Bernoulli, Ricatti egyenletek, alkalmazások	Feladatmegoldás, Számítógépes vizualizáció	
4. Egzakt egyenletek, az integrálfaktor módszere	Feladatmegoldás	
5. Parametrikusan megoldható egyenletek, Sophus Lie módszere	Feladatmegoldás	
6. Magasabbrendű egyenletek	Feladatmegoldás	
7. Integrálegyenletek, szukcesszív iterációk, sorbafejtés	Feladatmegoldás	
8. Lineáris egyenletek	Feladatmegoldás	
9. Inhomogén lineáris egyenletek	Feladatmegoldás	
10. Lineáris rendszerek	Feladatmegoldás	
11. Inhomogén lineáris rendszerek	Feladatmegoldás	
12. Metrikák, létezési tételek	Feladatmegoldás	
13. A megoldások tulajdonságainak vizsgálata (létezés, egyértelműség, deriválhatóság)	Feladatmegoldás Számítógépes szimulációk	
14. Stabilitás vizsgálata	Számítógépes szimulációk	

#### Könyvészet

1. G. MICULA, P. PAVEL, Ecuatii diferentiale si integrale prin exercitii si probleme, Ed. Dacia, Cluj, 1989.
2. Constantin Tudosie: *Probleme de ecuații diferențiale*, Ed. Dacia, Cluj Napoca 1990.
3. G. Moroșanu: *Ecuatii diferențiale. Aplicații*, Editura Academiei 1989.
4. M. Ghermănescu: *Culegere de probleme de ecuații diferențiale*, Ed. did. și ped., 1963.
5. Ioan Filimon, Mircea V. Soare: *Ecuatii diferențiale cu aplicații în mecanica construcțiilor*, Ed. Tehnică 1983.
6. M.L.Krasnov, A.I.Kiselyor, G.I.Makarenko: *A book of problems in ordinary differential equations*, Mir Publishers Moscow, 1981.

7. Ray Redheffer: Differential equations. *Theory and applications*. Jones and Bartlett Publishers, Boston 1991.
8. D. S. Mitrinović, P. Vasič: *Diferentijalne i integralne jednacine*, 1988
9. András Szilárd, Kajántó Sándor, Lukács Andor: *Közönséges differenciálegyenletek*, Státus Kiadó, 2018

**9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.**

- Modellezési feladatok tárgyalása
- Szimulációk készítése, matematikai szoftverek használata

**10. Értékelés**

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak pontos ismerete	Írásbeli és szóbeli vizsga	50%
	Bizonyítások ismerete		
10.5 Szeminárium / Labor	Szemináriumi tevékenység	Két zárthelyi dolgozat (az 5. és a 10. szeminárium után)	30%
	Laborvizsga		20%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mindkét zárthelyi dolgozaton el kell érni a 6-os jegyet, illetve az írásbeli dolgozaton a 7-est</li> <li>• Ha valaki nem vesz részt a zárthelyiken (vagy nem szeretné azok beszámítását a végső jegybe), akkor szóbelizhet a teljes anyagból villámkérdéses módszerrel.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

..2020. 04.25.....

Előadás felelőse

dr.András Szilárd

Szeminárium felelőse

dr. Lukács Andor, Kajántó Sándor

Az intézeti jóváhagyás dátuma

...2020.04.26.....

Intézetigazgató

Dr. András Szilárd, egyet. docens

.....