

## FIȘA DISCIPLINEI

### 1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2 Facultatea	Matematică și Informatică
1.3 Departamentul	Matematică
1.4 Domeniul de studii	Matematică
1.5 Ciclul de studii	Bachelor
1.6 Programul de studiu / Calificarea	Matematică informatică

### 2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei	Analiză funcțională						
2.2 Titularul activităților de curs	Conf. Univ. Dr. Brigitte E. Breckner						
2.3 Titularul activităților de seminar	Conf. Univ. Dr. Brigitte E. Breckner						
2.4 Anul de studiu	3	2.5 Semestrul	5	2.6. Tipul de evaluare	E	2.7 Regimul disciplinei	opțional
2.8 Codul disciplinei	MLR0004						

### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	3.2 Din care: curs	2	3.3 seminar/laborator	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	3.5 Din care: curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp:					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					45

Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren	10
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri	20
Tutoriat	15
Examinări	4
Alte activități: .....	-
3.7 Total ore studiu individual	94
3.8 Total ore pe semestru	150
3.9 Numărul de credite	6

#### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	<ul style="list-style-type: none"> <li>algebră liniară; topologie; analiză matematică</li> </ul>
4.2 de competențe	

#### 5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1 De desfășurare a cursului	Tablă
5.2 De desfășurare a seminarului/laboratorului	Tablă

#### 6. Competențele specifice acumulate

Competențe profesionale	<p>C1.1 Identificarea noțiunilor, descrierea teoriilor și utilizarea limbajului specific.</p> <p>C1.3 Aplicarea corectă a metodelor și principiilor de bază în rezolvarea problemelor de matematică.</p>
-------------------------	--

on ale	
Co m pe te n ț e tra ns ve rsa le	CT1. Aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională.

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prezentarea noțiunilor și rezultatelor fundamentale ale analizei funcționale</li> </ul>
7.2 Obiectivele specifice	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Familiarizarea studenților cu gândirea abstractă și cu problematizarea specifică analizei funcționale</li> </ul>

## 8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
1. Complemente de teoria spațiilor liniare (spații liniare, subspații liniare, învelitoare liniară, bază, operatori liniari, funcționale liniare, funcționale subliniare)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
2. Complemente de teoria spațiilor liniare (lema de prelungire a lui Helly, teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare reale )	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	

<p>3. Complemente de teoria spațiilor liniare (teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare complexe, seminorme, teorema lui Bohnenblust-Sobczyk-Suhomlinov și consecința ei). Spații normate (definiția normei și a metricii induse de o normă, caracterizarea metricilor definite pe un <math>K</math>-spațiu liniar care provin dintr-o normă, continuitatea normei)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>4. Spații normate (norme echivalente, echivalența normelor pe spațiile liniare finit dimensionale, șiruri mărginite)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>5. Spații normate (lema lui Riesz asupra aproape perpendicularei, caracterizări ale spațiilor normate finit dimensionale, serii convergente și serii absolut convergente în spații normate, spații normate separabile)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>6. Operatori liniari continui între spații normate (caracterizări ale continuității operatorilor liniari între spații normate, spațiul normat al operatorilor liniari continui, izomorfisme și izomorfisme izometrice între spații normate, seria lui Neumann asociată unui operator liniar continuu)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>7. Funcționale liniare continue pe spații normate (dualul algebrico-topologic al unui spațiu normat, cele două teoreme ale lui Hahn de prelungire a funcționalelor liniare continue și consecințe ale lor, convergența slabă* în dualul algebrico-topologic al unui spațiu normat, teorema lui Banach-Alaoglu)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>8. Spații prehilbertiene (produs scalar, proprietăți ale produsului scalar, caracterizarea normelor care provin dintr-un produs scalar, noțiunea de spațiu prehilbertian și cea de spațiu Hilbert)</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	
<p>9. Spații prehilbertiene (continuitatea produsului scalar, ortogonalitate). Noțiunile de punct de cea mai bună aproximare, de mulțime cebășeviană și de mulțime proximală într-un spațiu normat, problema de aproximare a lui Cebășev</p>	<p>Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.</p>	

10. Spații prehilbertiene (cebășevianitatea submulțimilor nevide, complete și convexe ale unui spațiu prehilbertian, teorema de descompunere ortogonală a unui spațiu Hilbert, determinarea punctului de cea mai bună aproximare în subspațiul generat de o familie ortonormală finită într-un spațiu prehilbertian, inegalitatea lui Bessel)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
11. Spații prehilbertiene (teorema lui Frechet-Riesz cu privire la forma generală a funcționalelor liniare continue pe spații Hilbert). Spații normate reflexive (definiție, exemple)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
12. Spații normate reflexive (proprietăți, noțiunea de convergență slabă a unui șir într-un spațiu normat, teorema cu privire la existența unui subșir slab convergent al unui șir mărginit într-un spațiu normat reflexiv)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
13. Teoreme fundamentale cu privire la operatori liniari continui între spații normate (principiul mărginirii uniforme, teorema asupra operatorului deschis)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
14. Teoreme fundamentale cu privire la operatori liniari continui între spații normate (teorema de continuitate a operatorului invers, teorema asupra graficului închis). Recapitulare	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	

#### Bibliografie

1. BRECKNER W. W.: Analiză funcțională, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2009.
2. BREZIS H.: Analiză funcțională. Teorie și aplicații, Ed. Academiei Române, București, 2002.
3. CONWAY J. B.: A Course in Functional Analysis. Second Edition, Springer-Verlag, New-York –Berlin – Heidelberg, 1999.
4. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1992.
5. KANTOROVICI L.V., AKILOV G. P.: Analiză funcțională. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986.
6. MUNTEAN I.: Analiză funcțională, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993.
7. PRECUPANU T.: Analiză funcțională pe spații liniare normate, Editura Universității "Alexandru Ioan Cuza", Iași, 2005.
8. WERNER D.: Funktionalanalysis, vierte, überarbeitete Auflage., Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002.

8.2 Seminar / laborator	Metode de predare	Observații
1. Complemente de teoria spațiilor liniare	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
2. Complemente de teoria spațiilor liniare (legătura dintre funcționalele complex liniare și cele real liniare, seminorme, aplicații ale teoremei Hahn-Banach pentru spații liniare reale)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
3. Complemente de teoria spațiilor liniare. Inegalitatea lui Minkowski. Exemple de norme (normele $\ \cdot\ _p$ pe spațiul liniar $\mathbf{K}^m$ , norma supremum pe spațiul liniar $B(T, \mathbf{K})$ , norma pe spațiul liniar $l^p$ )	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
4. Spații normate complete. Exemple de spații normate complete (spațiile normate finit dimensionale, spațiile $B(T, \mathbf{K})$ , $CB(T, \mathbf{K})$ și $C(T, \mathbf{K})$ )	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
5. Exemple de spații normate complete (spațiile $C^1([a,b])$ , $l^\infty$ , $c$ , $c_0$ și $l^p$ )	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
6. Determinarea normei unor funcționale liniare continue și ale unor operatori liniari și continui	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
7. Forma generală a funcționalelor liniare continue pe spațiile normate $l^p$ , unde $p$ este un număr real mai mare sau egal cu 1	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
8. Spații prehilbertiene (exemple și proprietăți)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
9. Ortogonalitate în spații prehilbertiene. Determinarea punctelor de cea mai bună aproximare în cazuri concrete	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
10. Descompunere ortogonală a spațiilor Hilbert	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
11. Aplicații ale teoremei Frechet-Riesz	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
12. Exemple de spații normate nereflexive. Proprietăți ale spațiilor normate reflexive	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
13. Aplicații ale principiului mărginirii uniforme și ale	Problematizare, discuție, muncă în echipă	

teoremei asupra operatorului deschis		
14. Aplicații ale teoremei de continuitate a operatorului invers și ale teoremei asupra graficului închis	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
<b>Bibliografie</b> 1. BREZIS H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011 2. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992. 3. POPA E.: Culegere de probleme de analiză funcțională, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981. 4. WERNER D.: Funktionalanalysis. Vierte, überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002 .		

**9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului**

- Analiza funcțională este o disciplină fundamentală, care se regăsește în toate planurile de învățământ ale marilor universități din țară și străinătate.

**10. Evaluare**

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs		La mijlocul semestrului se dă o lucrare de control din materia primelor 7 cursuri și seminarii. Cei care sunt mulțumiți de această notă, vor da în sesiune examenul scris doar din materia ultimelor 7 cursuri și seminarii. În acest caz, nota finală este media aritmetică a celor două note. Cei care nu sunt mulțumiți de nota obținută la lucrarea de control, vor da examenul din toată materia, iar, în acest caz, nota finală este cea obținută la examen. În sesiunea de restanțe, examenul scris se dă din toată materia.	
10.5 Seminar/laborator			

## 10.6 Standard minim de performanță

- Abilitatea de a arăta că o anumită funcțională este o normă/seminormă
- Demonstrarea liniarității și continuității unui operator/funcțională și determinarea normei sale
- Cunoașterea definițiilor și rezultatelor de bază

Data completării      Semnătura titularului de curs

25.04.2023

Conf. univ. dr. Brigitte E. Breckner

Semnătura titularului de seminar

Conf. univ. dr. Brigitte E. Breckner

Data avizării în departament

28.04.2023

Semnătura directorului de departament

Prof. univ. dr. Andrei-Dorin Mărcuș