

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Mesteri
1.6 Szak / Képesítés	Modern módszerek a matematika tanításában

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve: (HU)		Diszkrét Matematika					
(RO)		Matematică Discretă					
(EN)		Discrete Mathematics					
2.2 Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Lukács Andor egyet. adjunktus				
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Lukács Andor egyet. adjunktus				
2.4 Tanulmányi év	1	2.5 Félév	2	2.6. Értékelés módja	Projektbemutató, Írásbeli és szóbeli vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kötelező - Alap
2.8 Tantárgy kódja		MMM3097					

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					10
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					10
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					20
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					14
Vizsgák					4
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszám					58
3.8 A félév össz-óraszám					100
3.9 Kreditszám					4

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Középiskolai tananyag, Számelmélet (alapképzésről), Analízis 1 – Hatványsorok (alapképzésről)</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai gondolkodás, gondolatmenetépítés, alap didaktikai készségek</li> <li>Középhaladó szinten tudjon feladatokat oldani az általános- és középiskolás tananyaggal kapcsolatosan</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, internet csatlakozás</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, internet csatlakozás</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C 1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</li> <li>• C 1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</li> <li>• C 1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</li> <li>• C 1.4 Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C 2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>• C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése</li> <li>• C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</li> <li>• C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> <li>• C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT 1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• CT 3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Az általános- és középiskolai diszkrét matematika következetes felépítése, annak a tanításával kapcsolatos módszertani kérdések megválaszolása.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Feladatmegoldási stratégiák vizsgálata diszkrét matematikai versenyfeladatokon keresztül</li> <li>• A gondolatmenetépítést és modellezést igénylő, nem sablonos diszkrét matematikai feladatok megoldásainak megtalálása, ezen feladatok taníthatóságának a vizsgálata és a tanításukkal kapcsolatosan felmerülő problémák áthidalása.</li> </ul>

## 8. Tartalmak

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Kombinatorikus módszerek 1: Skatulyaelv. Invariánsok.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
2. Kombinatorikus módszerek 2: Teljes indukció.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
3. Elemi számlálási technikák 1: Permutációk, variációk, kombinációk és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	

4. Elemi számlálási technikák 2: Ismétléses permutációk, ismétléses variációk, ismétléses kombinációk és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
5. Elemi számlálási technikák 3: Venn-Euler diagramok. Szitaformula.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
6. Elemi számelmélet 1: Oszthatóság. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Prímszámok.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
7. Elemi számelmélet 2: Kongruenciák."Kis" Fermat-tétel. Euler-tétel. Wilson-tétel.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
8. Diofantikus egyenletek 1: Lineáris Diofantikus egyenletek. Pitagoraszi számhármások. Pell-egyenlet.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
9. Diofantikus egyenletek 2: Faktorizációs és paraméterezési módszerek. Moduláris aritmetika. Végtelen leszállás.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
10. Gráfelmélet 1: Alapfogalmak. Vonalak, körök, utak. Gráfok izomorfijája.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
11. Gráfelmélet 2: Összefüggőség. Síkgráfok. Gráfok színezése.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
12. Kombinatorikus geometria. Számlálási feladatok a geometriában.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
13. Rekurziók és generátorfüggvények 1: Lineáris rekurziók, Catalan-számok, klasszikus generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
14. Rekurziók és generátorfüggvények 2: Stirling-számok, Bell-számok, exponenciális generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	

## Szakirodalom

1. Aigner M., Ziegler G.M.: Proofs from the book, Springer, 2010.
2. András Sz.: Elementary combinatorial geometry, Editura GIL, 2007.
3. András Sz.ilárd, Panaitopol L., Şerbănescu D.: Probleme de combinatorică, Editura Gil, 2019.
4. Andreescu T., Andrica D., Cucuruzeanu I.: An introduction to diophantine equations, Birkhauser, 2010.
5. Burton D.: Elementary number theory, McGraw-Hill, 2010.
6. Engel A.: Problem solving strategies, Springer, 1999.
7. Graham R., Knuth D., Patashnik O.: Concrete Mathematics, Addison-Wesley, 1994.
8. Herman J., Kucera R., Simsa J.: Counting and configurations, Springer, 2003.
9. Hajnal P.: Elemi kombinatorikai feladatok, Typotex, 1997.
10. Hajnal P.: Gráfelmélet, Typotex, 2003.
11. Lovász L, Pelikán J., Vesztergombi K.: Diszkrét matematika, Typotex, 2010.
12. Róka S.: 2000 feladat az elemi matematika köréből, Typotex, 2010.
13. Wilf H.: Generatingfunctionology, A K Peters, Ltd., 2006.

8.2 Szeminárium	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Kombinatorikus módszerek 1: Skatulyaelv. Invariánsok.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
2. Kombinatorikus módszerek 2: Teljes indukció.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
3. Elemi számlálási technikák 1: Permutációk, variációk, kombinációk és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
4. Elemi számlálási technikák 2: Ismétléses permutációk, ismétléses variációk, ismétléses kombinációk és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
5. Elemi számlálási technikák 3: Venn-Euler diagramok. Szitaformula.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
6. Elemi számelmélet 1: Oszthatóság. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Prímszámok.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
7. Elemi számelmélet 2: Kongruenciák."Kis" Fermat-tétel. Euler-tétel. Wilson-tétel.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
8. Diofantikus egyenletek 1: Lineáris Diofantikus egyenletek. Pitagoraszi számhármassok. Pell-egyenlet.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
9. Diofantikus egyenletek 2: Faktorizációs és paraméterezési módszerek. Moduláris aritmetika. Végtelen leszállás.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	

10. Gráfelmélet 1: Alapfogalmak. Vonalak, körök, utak. Gráfok izomorfiaja.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
11. Gráfelmélet 2: Összefüggőség. Síkgráfok. Gráfok színezése.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
12. Kombinatorikus geometria. Számlálási feladatok a geometriában.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
13. Rekurziók és generátorfüggvények 1: Lineáris rekurziók, Catalan-számok, klasszikus generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
14. Rekurziók és generátorfüggvények 2: Stirling-számok, Bell-számok, exponenciális generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	

#### Szakirodalom

1. Aigner M., Ziegler G.M.: Proofs from the book, Springer, 2010.
2. András Sz.: Elementary combinatorial geometry, Editura GIL, 2007.
3. András Sz.ilárd, Panaitopol L., Şerbănescu D.: Probleme de combinatorică, Editura Gil, 2019.
4. Andreescu T., Andrica D., Cucuruzeanu I.: An introduction to diophantine equations, Birkhauser, 2010.
5. Burton D.: Elementary number theory, McGraw-Hill, 2010.
6. Engel A.: Problem solving strategies, Springer, 1999.
7. Graham R., Knuth D., Patashnik O.: Concrete Mathematics, Addison-Wesley, 1994.
8. Herman J., Kucera R., Simsa J.: Counting and configurations, Springer, 2003.
9. Hajnal P.: Elemi kombinatorikai feladatok, Typotex, 1997.
10. Hajnal P.: Gráfelmélet, Typotex, 2003.
11. Lovász L, Pelikán J., Vesztergombi K.: Diszkrét matematika, Typotex, 2010.
12. Róka S.: 2000 feladat az elemi matematika köréből, Typotex, 2010.
13. Wilf H.: Generatingfunctionology, A K Peters, Ltd., 2006.

## 9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma összhangban van a világ legjobb egyetemeinek hasonló előadásaival, ugyanakkor különös hangsúlyt fektetünk a pedagógiai aspektusokra, a taníthatóság kérdésére, a tanári módszerek, attitűdök használatára, kialakítására.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és eredmények pontos ismerete	Írásbeli vizsga és szóbeli vizsga, amennyiben az oktató szükségesnek tartja	60%
10.5 Szeminárium / Labor	Évközi tevékenység	Házi feladatok, táblánál megoldott feladatok, bemutatók	40%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"><li>Az évközi tevékenységeken szükséges az 5-ös jegy ahhoz, hogy vizsgázni lehessen.</li></ul>			

Kitöltés dátuma  
2022. ápr. 30.

Az intézeti jóváhagyás dátuma  
2022. ápr. 30

Előadás felelőse  
Dr. Lukács Andor,  
egyet. adjunktus

Szeminárium felelőse  
Dr. Lukács Andor,  
egyet. adjunktus  
  
Intézetigazgató  
Dr. András Szilárd-Károly,  
egyet. docens