

# A TANTÁRGY ADATLAPJA

## 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

## 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	<b>Funkcionálanalízis</b>						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. habil. Kristály Alexandru egyetemi tanár						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Mester Ágnes egyetemi tanársegéd						
2.4 Tanulmányi év	3	2.5 Félév	5	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kötelező szaktárgy

## 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszámja)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2/0
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28/0
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					15
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					15
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					14
Vizsgák					5
Más tevékenységek: -					
3.7 Egyéni munka össz-óraszámja	69				
3.8 A félév össz-óraszámja	125				
3.9 Kreditszám	5				

## 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	Nincs
4.2 Kompetenciabeli	A Matematikai Analízis fogalmainak, fontosabb tételeinek és technikáinak ismerete. Valós Analízis (mértékelmélet) és differenciálegyenletek alapszintű ismerete.

## 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.4. Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása</li> <li>• C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>• C3.2 Adatok értelmezése és az algoritmikusan megoldható feladatok megoldása során a megoldás különböző lépéseinek magyarázata</li> <li>• C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése</li> <li>• C 4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján</li> <li>• C5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	A funkcionálanalízis alapfogalmainak és eredményeinek megismertetése és megértése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	Fontos elvek (Hahn-Banach tétel, Banach féle fixponttétel, Riesz Frigyes tétele, Nash-egyensúly, hegyátkelés tétele) megismerése, bizonyítási technikáinak elsajátítása

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Lineáris és nemlineáris funkcionálanalízis: motiváció.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[11], [13]
2. Metrikus terek. Normált terek. Sorozatok normált terekben. Teljesség, Banach terek.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 60-63, 71-73; [5] pp: 26-30
3. Banach, Begle és Brouwer féle fixponttétel és alkalmazásai.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[10] pp: 18-22
4. Kompakt halmazok normált terekben, Riesz tétele véges dimenziós normált terekre. Az algebra alaptétele.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 202-203, 207; [5] pp: 97-99

5. Hahn-Banach tétele. Konvex halmazok szétválasztása hipersíkkal. Clarke-féle szubgradiens.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 208, 222-223, 227-229; [5] pp: 65- 66
6. Prehilbert terek (skalár szorzat, a prehilbert tér fogalma, Hilbert terek, ortogonalitás). Projekciók Hilbert terekben.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 239-242, 254-257; [5] pp: 132
7. Hilbert tér duálisa. Riesz reprezentációs tétel.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 374-375, 420-421
8. Folytonos lineáris és kompakt operátorok (folytonos lineáris operátorok sorozatának pontonkénti folytonossága normált terek között)	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 310-313
9. Nash-egyensúly: létezés, fixpontok alkalmazása.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[11] pp: 304-320
10. Nash-egyensúly: lokalizáció, projekciók alkalmazása.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[11] pp: 304-320
11. Deformációs lemma, Palais-Smale feltétel.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[12] pp: 11-13
12. Hegyátkelés tétele.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[12] pp: 11-13
13. Szoboljev-terek elmélete.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[12] pp: 5-11
14. Sajátérték feladat: hegyátkelés tételének alkalmazása.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[12] pp: 14-18
8.2 Szeminárium	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Metrikus terek, normált terek. Teljesség fogalma (példák teljes/ nem teljes metrikus/ normált terekre)	Feladatok megoldása	[10] pp: 7-12
2. A funkcionálanalízisben használt általános topológiai fogalmak és eredmények átvizsgálása	Feladatok megoldása	[3] pp: 341-346; [5] pp: 34-40
3. Példák Banach terekre 1: $B(T, K)$ , $CB(T, K)$ , $C(T, K)$	Feladatok megoldása	[1] pp: 208-210; [5] pp: 59-60, 63-64
4. Példák Banach terekre 2: $l_{\infty}$ , $L_{\infty}$ , $c$ , $c_0$	Feladatok megoldása	[1] pp: 213-215; [5] pp: 60-62
5. Young-egyenlőtlenség, Hölder és Minkowski egyenlőtlenség sorozatokra. $l_p$ terek	Feladatok megoldása	[1] pp: 63-66; [5] pp: 4-6

6. Hölder egyenlőtlenség függvényekre. $L_p$ terek	Feladatok megoldása	[1] pp: 216-217; [5] pp: 62-63
7. Szeparábilis normált terek	Feladatok megoldása	[1] pp: 233-234, 236-238; [5] pp: 69-72
8. Folytonos lineáris funkcionálok normált tereken (folytonos lineáris funkcionálok tulajdonságai, Hahn-féle meghosszabítási tételek)	Feladatok megoldása	[1] pp: 377-378; [8] pp: 97-99
9. Folytonos lineáris funkcionálok általános alakja az $L_p$ normált téren	Feladatok megoldása	[1] pp: 381-384; [8] pp: 59-60
10. Folytonos lineáris funkcionálok általános alakja a $c$ és $c_0$ normált tereken	Feladatok megoldása	[1] pp: 384-388; [5] pp: 59-60
11. Prehilbert terek (példák prehilbert és Hilbert terekre). Paralelogramma-azonosság (példák nem prehilbert terekre).	Feladatok megoldása	[13] pp: 131-135; 145-146
12. Merőlegesség Hilbert-terekben. Projekciók.	Feladatok megoldása	[13] pp: 131-135; 147-149
13. A gyenge derivált fogalma. Szoboljev-terek.	Feladatok megoldása	[13] pp: 201-205
14. Szoboljev-terek elméletének alkalmazása PDE elméletben.	Feladatok megoldása	[13] pp: 217-225

#### Könyvészet

1. BRECKNER W. W.: Analiză funcțională. Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2009
2. CONWAY J. B.: A Course in Functional Analysis. Second Edition. Springer-Verlag, New York – Berlin – Heidelberg, 1990
3. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung. 3. Auflage. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992
4. KANTOROVICI L. V., AKILOV G. P.: Analiză funcțională. Editura Stiințifică și Enciclopedică, București, 1986
5. KASSAY GÁBOR, KOLUMBÁN JÓZSEF, MARCHIS JULIANNA: Valós számok és metrikus terek, Presa Universitară Clujeană, 2005.
6. MUNTEAN I.: Analiză funcțională. Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993
7. POPA E.: Culegere de probleme de analiză funcțională. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
8. PRECUPANU T.: Analiză funcțională pe spații liniare normate. Editura Universității „Alexandru Ioan Cuza”, Iași, 2005
9. WERNER D.: Funktionalanalysis. Vierte, überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002
10. EBERHARD ZEIDLER: Applied Functional Analysis, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1995.
11. KRISTÁLY A, RĂDULESCU V, VARGA C, [Variational Principles in Mathematical Physics, Geometry, and Economics](#), Encyclopedia of Mathematics and its Applications, No. 136, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2010.
12. WILLEM M, Minimax Theorems, Progr. Nonlinear Differential Equations Appl., vol. 24, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1996.
13. BREZIS H. Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Universitext. Springer, New York, 2011.

**9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.**

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott funkcionálanalízis tárgy hagyományos tartalmával.

**10. Értékelés**

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és alaptételek ismerete, bizonyítások ismerete, feladatmegoldások helyessége	Írásbeli vizsga	80%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Szemináriumi tevékenység	20%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"><li>• Lineáris és nemlineáris funkcionálanalízis alapfogalmainak, alaptételeinek, valamint fontos elveinek elsajátítása.</li></ul>			

Kitöltés dátuma

Előadás felelőse

Szeminárium felelőse

2022.04.24. Dr. habil. Kristály Alexandru, egyet. tanár

Drd. Mester Ágnes egyetemi tanársegéd

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Intézetigazgató

2022.04.30.

Dr. András Szilárd, egyet. docens