

A TANTÁRGY ADATLAPJA

1. A képzési program adatai

| | |
|-----------------------------|---|
| 1.1 Felsőoktatási intézmény | Babeş-Bolyai Tudományegyetem |
| 1.2 Kar | Matematika és Informatika |
| 1.3 Intézet | Magyar Matematika és Informatika Intézet |
| 1.4 Szakterület | Matematika |
| 1.5 Képzési szint | alap |
| 1.6 Szak / Képesítés | Matematika |

2. A tantárgy adatai

| | | | | | | | |
|---|----------|---|----------|---------------------|---|---------------------|-----------------------------|
| 2.1 A tantárgy neve | | Valószínűség-számítás | | | | | |
| 2.2 Az előadásért felelős tanár neve | | dr. SOÓS Anna, egyetemi docens | | | | | |
| 2.3 A szemináriumért felelős tanár neve | | dr. VAS Orsolya, egyetemi tanársegéd | | | | | |
| 2.4 Tanulmányi év | 2 | 2.5 Félév | 4 | 2.6 Értékelés módja | zárthelyi, szemináriumi tevékenység, írásbeli és szóbeli vizsga | 2.7 Tantárgy típusa | kötelező – alaptárgy |
| 2.8 Tantárgy kódja | | MLM0029 | | | | | |

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

| | | | | | |
|--|-----------|----------------------|-----------|-----------------------|------------|
| 3.1 Heti óraszám | 4 | melyből: 3.2 előadás | 2 | 3.3 szeminárium/labor | 2 |
| 3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám | 56 | melyből: 3.5 előadás | 28 | 3.6 szeminárium/labor | 28 |
| A tanulmányi idő elosztása: | | | | | óra |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása | | | | | 25 |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás | | | | | 8 |
| Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása | | | | | 25 |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás) | | | | | 5 |
| Vizsgák | | | | | 6 |
| Más tevékenységek: | | | | | |
| 3.7 Egyéni munka össz-óraszama | | | | | 69 |
| 3.8 A félév össz-óraszama | | | | | 125 |
| 3.9 Kreditszám | | | | | 5 |

4. Előfeltételek (ha vannak)

| | |
|---------------------|---|
| 4.1 Tantervi | <ul style="list-style-type: none"> • Nincsen |
| 4.2 Kompetenciabeli | Alapkompetenciák az alábbi tárgyakból: <ul style="list-style-type: none"> • matematikai analízis; • MatLab. |

5. Feltételek (ha vannak)

| | |
|---|--|
| 5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei | <ul style="list-style-type: none"> Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó terem. |
| 5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei | <ul style="list-style-type: none"> Fehér táblával és videoprojektorral felszerelt számítógépes terem, a gépeken a MatLab matematikai szoftvercsomag statisztikai eszköztárával. |

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

| | |
|------------------------------------|--|
| Szakmai kompetenciák | <ul style="list-style-type: none"> C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél C3.2 Adatok értelmezése és az algoritmikusan megoldható feladatok megoldása során a megoldás különböző lépéseinek magyarázata C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése C 4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján C5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására |
| Transzverzális kompetenciák | <ul style="list-style-type: none"> CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra |

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

| | |
|--------------------------------------|--|
| 7.1 A tantárgy általános célkitűzése | <ul style="list-style-type: none"> A valószínűség-számítás alapismereteinek elsajátítása annak gyakorlati hasznának kiemelésével. |
| 7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései | <ul style="list-style-type: none"> A szakmai kompetenciáknál felsorolt képességek ismertetése és elsajátíttatása. |

8. A tantárgy tartalma

| 8.1 Előadás | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
|--|--|--------------|
| 1. Eseményalgebra és eseménymező fogalma | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 2. Valószínűség klasszikus és axiomatikus értelmezése. | Zömében táblára, | [1]–[11] |

| | | |
|---|---|----------|
| Valószínűségi modellek. Események függetlensége. Feltételes valószínűség | időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | |
| 3. Diszkrét valószínűségi változók értelmezése és tulajdonságaik | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 4. Diszkrét valószínűségi változók eloszlás- és relatív gyakoriság függvényének értelmezése és tulajdonságaik. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 5. Folytonos valószínűségi változók értelmezése és tulajdonságaik. Folytonos valószínűségi változók eloszlás- és sűrűségfüggvénye. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 6. Diszkrét és folytonos valószínűségi vektorok értelmezése és tulajdonságaik. Együttes eloszlás- és sűrűségfüggvény értelmezése és alkalmazása. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások | [1]–[11] |

| | | |
|--|--|----------|
| | esetén Zoom használata | |
| 7. Műveletek nem feltétlenül független diszkrét és folytonos valószínűségi változókkal (összegzés, szorzás, hányados képzés) | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 8. Valószínűségi változók numerikus jellemzői (első- és magasabb rendű (centrált, abszolút) momentumok, kovariancia, korrelációs együttható) | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 9. Feltételes eloszlásfüggvények és numerikus jellemzők. Tulajdonságok. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 10. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók/vektorok karakterisztikus függvényének értelmezése és tulajdonságaik. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 11. Valószínűségi változók sorozata. Konvergencia típusok és ezek közti kapcsolatok. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, | [1]–[11] |

| | | |
|--|---|----------|
| | épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | |
| 12. Pozitív szemidefinit függvények. Bochner–Khinchin tétel. Pozitív valószínűségi változók generátorfüggvénye és alkalmazása. Példák | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 13. Nagyszámok gyenge és erős törvényei (Markov, Csebisev, Poisson, Bernoulli törvények, illetve Kolmogorov tételének ismertetése). Alkalmazások | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 14. Lindeberg-féle feltétel és a centrális határeloszlás tétele. A Moivre–Laplace tétel lokális és globális alakja. Alkalmazás | Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |

Könyvészet

- 1) Agratini, O.: *Capitole speciale de matematici, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1996.
- 2) Blaga, P., Rădulescu, M.: *Calcul probabilităţilor, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1987.
- 3) Blaga, P.: *Calculul probabilităţilor și statistică matematică. Vol.II. Curs și culegere de probleme.* Cluj-Napoca: Universitatea "Babeş-Bolyai" Cluj-Napoca, 1994.
- 4) Cseke Vilmos: *A valószínűségszámítás és gyakorlati alkalmazásai*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár-Napoca, 1982.
- 5) Feller, W.: *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.
- 6) Lisei Hannelore: *Probability Theory*. Cluj-Napoca, Casa Cărții de Știință, 2004.
- 7) Lisei H., Micula, S., Soós, A.: *Probability Theory through Problems and Applications*, Cluj University

Press, 2006.

8) Mihoc, Ion: *Calculul probabilităților și statistică matematică*. P. I–II: Cluj-Napoca, Universitatea Babeș–Bolyai, 1994.

9) Rényi, A.: *Valószínűség-számítás*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.

10) Róth Ágoston: *Valószínűség-számítás és statisztika laborfeladatok*. Kolozsvári Egyetemi Könyvkiadó, 2011.

11) Soós Anna: *A valószínűség-számítás elemei, I. kötet*. Kolozsvári Egyetemi Könyvkiadó, 2001.

| 8.2 Szeminárium / Labor | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
|---|---|--------------|
| 1. Valószínűségi feladatok megoldása véges és végtelen eseménymezőben (1) | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 2. Valószínűségi feladatok megoldása véges és végtelen eseménymezőben (2) | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 3. Geometriailag megoldható valószínűségi feladatok megoldása végtelen eseménymezőben | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 4. Diszkrét valószínűségi változókkal kapcsolatos feladatok és műveletek | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 5. Folytonos valószínűségi változókkal kapcsolatos feladatok és műveletek | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok | [1]–[11] |

| | | |
|---|---|----------|
| | bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | |
| 6. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók numerikus jellemzőinek meghatározása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 7. Zárthelyi | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 8. Valószínűségi vektorokkal kapcsolatos feladatok megoldása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 9. Valószínűségi változók numerikus jellemzőivel kapcsolatos egyenlőtlenségek alkalmazása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 10. Pozitív diszkrét valószínűségi változók generátorfüggvényével, valamint diszkrét és folytonos valószínűségi változók/vektorok karakterisztikus függvényével kapcsolatos feladatok megoldása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. | [1]–[11] |

| | | |
|--|---|----------|
| | Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | |
| 11. Aszimptotikus viselkedések tanulmányozása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 12. Valószínűségi változók sorozatával kapcsolatos feladatok | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 13. Sztochasztikus konvergenciával kapcsolatos feladatok | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| 14. Centrális határeloszlás tételének gyakorlati alkalmazása | (Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata | [1]–[11] |
| Könyvészet: ugyanaz, mint az előadások esetén. | | |

9. A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott valószínűség-számítás és alkalmazásai tárgyak hagyományos tartalmával és elvárásaival. Mi több, a tantárgy anyaga elméleti háttérrel biztosít mesterséges intelligenciára, kockázatelemzésre, banki alkalmazásokra, Markov-láncokra, és egyéb sztochasztikus folyamatokra épülő problémák tanulmányozására.

10. Értékelés

| Tevékenység típusa | 10.1 Értékelési kritériumok | 10.2 Értékelési módszerek | 10.3 Aránya a végső jegyben |
|--------------------------|--|---|--|
| 10.4 Előadás | Valószínűség-számításbeli alapfogalmak ismerete és alaptételek megfelelő használata. | Zárthelyi, továbbá félévvégi írásbeli és szóbeli feladatokból és elméleti tételekből. | ~70 % (~20% opcionális zárthelyi dolgozat) |
| 10.5 Szeminárium / Labor | Feladatok helyessége. | Szemináriumi tevékenység, pluszfeladatok és szimulációs programok bemutatása. | ~30 % |

10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

10-es minősítés minimálisan 50 pont összegyűjtése esetén jár, míg a tantárgy minimális követelményrendszere az alábbi feltételek teljesítéséből áll:

- a zárthelyi dolgozaton 10 pontot lehet elérni;
- a félév során a hallgatók opcionális pluszpontokat is gyűjthetnek, de a tantárgy teljesítéséhez – a végső írásbeli vizsga után – a hallgatóknak legalább 35 ponttal kell rendelkezniük (amely az opcionális pluszpontokból, az opcionális zárthelyi dolgozaton szerzett pontokból, valamint a végső írásbeli vizsgán elért pontokból tevődik össze), mindez minimálisan 7-es minősítést jelent;
- ha valaki a végső írásbeli vizsga után sem rendelkezik a minimális 35 ponttal, akkor kötelezően részt kell vennie a szóbeli vizsgán, ahol olyan $x \geq 5$ minősítést kell szereznie, amely esetén az $(\text{összegyűjtött pontok száma}/5 + x)/2 \geq 5$.

Kitöltés dátuma

2022. április 30.

Előadás felelőse

dr. SOÓS Anna, egyetemi docens

Szeminárium felelőse

dr. VAS Orsolya,
egyetemi tanársegéd

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2022. április 30.

Intézetigazgató,

dr. ANDRÁS Szilárd-Károly,
egyetemi docens