

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alapképzés
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu)	Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az $R^{\{n\}}$ térben)						
(en)	Mathematical analysis 2 (Differential calculus in $R^{\{n\}}$ )						
(ro)	Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în $R^{\{n\}}$ )						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Mester Ágnes egyet. tanársegéd						
2.4 Tanulmányi év	1	2.5 Félév	2	2.6. Értékelés módja	vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező-alaptárgy
2.8 A tantárgy kódja	MLM0006						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					11
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					16
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					15
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	69				
3.8 A félév össz-óraszama	125				
3.9 Kreditszám	5				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematikai analízis 1</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Megfelelő infrastruktúrával ellátott szemináriumi terem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</li> <li>• C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</li> <li>• C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</li> <li>• C1.4 Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>• C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</li> <li>• C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> <li>• C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az <math>\mathbb{R}^n</math> euklidészi tér és ennek topológiai alapfogalmai, illetve a többváltozós függvények differenciálszámításának bemutatása.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Az <math>\mathbb{R}^n</math> euklidészi tér</b> (skaláris szorzat, euklidészi norma, euklidészi távolság). <b>Topológiai alapfogalmak az <math>\mathbb{R}^n</math> térben</b> (nyílt gömb, környezet, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 353-359] [könyvészet; oldalak]

<b>2) Topológiai alapfogalmak az <math>R^{\{n\}}</math> térben</b> (belső pont, külső pont, torlódási pont, aderens pont, határpont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 362-370]
<b>3) Sorozatok az <math>R^{\{n\}}</math> térben</b> (konvergens sorozatok, fundamentális sorozatok, torlódási pont illetve aderens pont jellemzése sorozatokkal). <b>Kompakt halmazok az <math>R^{\{n\}}</math> térben</b> (kompakt halmazok jellemzési tételei)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 358-362, 370-373]
<b>4) Többváltozós függvények határértéke</b> (értelmezés, határérték sorozatokkal való jellemzése, tulajdonságok, többváltozós függvények határértékének kiszámítása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 425-431]
<b>5) Többváltozós függvények folytonossága</b> (pontban való folytonosság értelmezése, sorozatokkal való jellemzés, tulajdonságok, halmazon való folytonosság, Weierstrass-féle tétel, Cantor-féle tétel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 431-440]
<b>6) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál, a differenciál kapcsolata a folytonossággal, iránymenti deriválttal és a parciális deriváltakkal, gradiens)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 440-450]
<b>7) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (a differenciál és függvényekkel végezhető műveletek kapcsolata, Jacobi-féle mátrix, láncszabály)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 451-459]
<b>8) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (Fermat-féle tétel és Lagrange-féle tétel többváltozós függvényekre, a differenciál geometriai jelentése)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 459-469]
<b>9) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (magasabb rendű parciális deriváltak. Schwarz-féle tétel, Young-féle tétel, Hesse-féle mátrix)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 469-480]
<b>10) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (Taylor-féle képlet, Peano-féle tétel, magasabb rendű differenciálok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 480-483] [2; 186-195]
<b>11) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 484-494]
<b>12) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (az implicit függvény tétele, példák, az inverz függvény tétele)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 494-514]
<b>13) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 531-544]
<b>14) Többváltozós függvények differenciálszámítása</b> (többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 531-544]
Könyvészet		
<ol style="list-style-type: none"> <li>BALÁZS M.: Matematikai analízis, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.</li> <li>BALÁZS M., KOLUMBÁN J: Matematikai Analízis, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978.</li> <li>BRECKNER W. W: Analiză matematică. Topologia spațiului <math>R^{\{n\}}</math>, Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985.</li> </ol>		

4. BROWDER A: Mathematical Analysis. An Introduction, Springer-Verlag, New York, 1996.
5. BUCUR G, CÂMPU E, GĂINĂ S: Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967.
6. COBZAS ȘT: Analiză matematică (Calcul diferențial), Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997.
7. DEMIDOVICI B.P.: Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică, Editura Tehnică, București, 1956.
8. FINTA Z: Matematikai analízis, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
9. POPA C. – HIRIȘ V. – MEGAN M.: Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme, Editura Facla, Timișoara, 1976.
10. RĂDULESCU S. – RĂDULESCU M.: Teoreme și probleme de analiză matematică, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
11. CHIRIȚĂ S: Probleme de matematici superioare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
12. TRIF T: Probleme de calcul diferențial și integral în  $R^n$ , Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Az <math>R</math> topológiája</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[10; 99-115] [könyvészet; oldalak]
<b>2) Az <math>R^2</math> illetve az <math>R^n</math> topológiája</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 362-373]
<b>3) Normált terek</b> (euklideszi-norma, Minkowski-norma, Csebisev-norma) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 399-405]
<b>4) Normált terek</b> (Banach terek, a lineáris függvények Banach tere)	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 405-416]
<b>5) Többváltozós függvények határértéke</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 115-119]
<b>6) Többváltozós függvények folytonossága</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 125-126]
<b>7) Iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>8) Többváltozós összetett függvények parciális deriváltjainak kiszámítása (láncszabály)</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>9) Másodrendű parciális deriváltak (láncszabály)</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>10) Másodrendű parciális deriváltak (láncszabály)</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>11) Taylor-féle képlet, többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>12) Többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása, implicit függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
<b>13) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]
<b>14) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása</b> - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]
Könyvészet		

1. BALÁZS M.: Matematikai analízis, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.
2. BALÁZS M., KOLUMBÁN J: Matematikai analízis, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978.
3. BRECKNER W. W: Analiză matematică. Topologia spațiului  $R^n$ , Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985.
4. BROWDER A: Mathematical Analysis. An Introduction, Springer-Verlag, New York, 1996.
5. BUCUR G, CÂMPU E, GĂINĂ S: Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967.
6. CHIRIȚĂ S: Probleme de matematici superioare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
7. COBZAS ȘT: Analiză matematică (Calcul diferențial), Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997.
8. DEMIDOVICI B.P.: Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică, Editura Tehnică, București, 1956.
9. FINTA Z: Matematikai analízis, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
10. POPA C. – HIRIȘ V. – MEGAN M.: Introdúcere în analiză matematică prin exerciții și probleme, Editura Facla, Timișoara, 1976.
11. RĂDULESCU S. – RĂDULESCU M.: Teoreme și probleme de analiză matematică, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
12. TRIF T: Probleme de calcul diferențial și integral în  $R^n$ , Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.

### 9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- Az alapképzésben szereplő *Matematikai analízis 2* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

### 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Formatív értékelés	Feladatlapok, házi dolgozatok megbeszélése	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

Előadás felelőse

Szeminárium felelőse

2023. április 17.

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Dr. Mester Ágnes egyet. tanársegéd

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Intézetigazgató

2023. április 20.

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens