

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatikai matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu)	Differenciálható sokaságok geometriája						
(en)	Geometry of Differentiable Manifolds						
(ro)	Geometria varietăţilor diferenţiale						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	László Tamás						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	László Tamás						
2.4 Tanulmányi év	3	2.5 Félév	6	2.6. Értékelés módja	évközi ellenőrzés	2.7 Tantárgy típusa	választható szaktárgy
2.8 A tantárgy kódja	MLM3129						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	36	melyből: 3.5 előadás	24	3.6 szeminárium/labor	12
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					17
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					12
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					18
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					10
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	64				
3.8 A félév össz-óraszama	100				
3.9 Kreditszám	4				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lineáris algebra, egy és többváltozós matematikai analízis, affin geometria</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nincsen</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektorral felszerelt terem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</li> <li>• C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</li> <li>• C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</li> <li>• C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C1.5 Projektek és dolgozatok elkészítése matematikai módszerek és eredmények bemutatására</li> <li>• C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</li> <li>• C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> <li>• C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</li> <li>• C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzése</li> <li>• C 5.5 Egyéni projektek és dolgozatok elkészítése különböző bizonyítási módszerek</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A tér alakjának topológiai és geometriai modellezése és ezáltal az intuitív gondolkodás fejlesztése. A modern matematika geometriai alapjainak bevezetése és elsajátítása.</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A differenciátopológia és geometria alapjainak bevezetése, különleges hangsúlyt fektetve a motivációra.</li> <li>• Az alapok elsajátítása mellett a bemutatott anyag egy átfogó képet ad a modern geometria különböző irányairól, különböző problémáinak eredetéről és azok megoldásáról.</li> </ul>

--	--

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Motiváció: klasszikus geometriák általánosításai, topológiai alapfogalmak	Előadás	
2. Topológikus és sima sokaságok, leképezések	Előadás	
3. Sima sokaság érintőtere, sima leképezések deriváltja	Előadás	
4. Lokális diffeomorfizmusok és az inverz függvény tétele, immerziók és a lokális immerzió tétele	Előadás	
5. Beágyazások, szubmerziók és a lokális szubmerzió tétele, reguláris és kritikus értékek	Előadás	
6. Az algebra alaptételének Milnor féle bizonyítása	Előadás	
7. Tranzverzálitás, homotópia és stabilitás	Előadás	
8. Generikus tulajdonságok, Sard tétele és kitekintés a Morse elméletbe	Előadás	
9. Peremes sokaságok és Brouwer fixpont tétele	Előadás	
10. Mod 2 metszési számok és leképezések foka	Előadás	
11. Irányítás és metszés elmélet	Előadás	
12. Metszési számok és az Euler karakterisztika	Előadás	
Könyvészet <ol style="list-style-type: none"> <li>Guillemin, V., Pollack A.: Differential Topology, Prentice-Hall, New Jersey, 1974.</li> <li>Milnor, J.W.: Topology from the differentiable viewpoint, The University Press of Virginia, 1965.</li> <li>Lee, J.M.: Introduction to smooth manifolds, Springer, 2003</li> <li>Tu, L.W.: An introduction to manifolds, Springer Universitext, 2011</li> <li>Crainic, M: Manifolds 2018 (lecture notes), <a href="https://www.staff.science.uu.nl/~crain101/manifolds-2019/DG-2018.pdf">https://www.staff.science.uu.nl/~crain101/manifolds-2019/DG-2018.pdf</a></li> <li>Arnol'd, V.I.: Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer-Verlag New York, 1989</li> </ol>		
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Motiváció: mechanikai rendszerek konfigurációs terei, példák	Megbeszélés, feladatmegoldás	
2. Péládák sima sokaságokra és leképezésekre	Megbeszélés, feladatmegoldás	
3. Ismétlés: többváltozós analízis	Megbeszélés, feladatmegoldás	
4. Lineáris leképezések: ismétlés, példák és feladatok	Megbeszélés, feladatmegoldás	
5. Immerziók amelyek képe nem részsokaság: példák	Megbeszélés, feladatmegoldás	
6. Lokálisan konstans fibrumok, példák	Megbeszélés, feladatmegoldás	
7. Tranzverzálitás speciális esetei: példák	Megbeszélés, feladatmegoldás	
8. Morse függvények tulajdonságai	Megbeszélés, feladatmegoldás	

9. Retrakciók és az egy-dimenziós sokaságok klasszifikációja	Megbeszélés, feladatmegoldás	
10. Kanyarodási szám: példák és feladatok	Megbeszélés, feladatmegoldás	
11. Vektorterek irányítása	Megbeszélés, feladatmegoldás	
12. Felületek Euler karakterisztikája	Megbeszélés, feladatmegoldás	

#### Könyvészet

1. Guillemin, V., Pollack A.: Differential Topology, Prentice-Hall, New Jersey, 1974.
2. Milnor, J.W.: Topology from the differentiable viewpoint, The University Press of Virginia, 1965.
3. Lee, J.M.: Introduction to smooth manifolds, Springer, 2003
4. Tu, L.W.: An introduction to manifolds, Springer Universitext, 2011
5. Crainic, M: Manifolds 2018 (lecture notes), <https://www.staff.science.uu.nl/~crain101/manifolds-2019/DG-2018.pdf>
6. Arnol'd, V.I.: Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer-Verlag New York, 1989

### 9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott differenciál topológia és geometria tárgy hagyományos tartalmával.

### 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Intuitív gondolkodás, alapvető fogalmak motivációjának és tulajdonságainak ismerete	Szóbeli vizsga: egy kiválasztott téma bemutatása.	50%
10.5 Szeminárium / Labor	A tanult fogalmak és módszerek használata feladatok megoldásában.	„Take home” vizsga: feladatok megoldása és leadása	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az előre kiválasztott téma kidolgozása és bemutatása</li> <li>• A „take home” vizsga beadása.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

Előadás felelőse

Szeminárium felelőse

2022. 04.30.

László Tamás, egyet. adjunktus

László Tamás, egyet. adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Intézetigazgató

2022.04.30.

András Szilárd, egyet. docens