

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş–Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Informatika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	<b>Valószínűség-számítás és matematikai statisztika</b>						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Soós Anna						
2.3 A szemináriumért/laborért felelős tanár neve	Soós Anna ( <b>szeminárium</b> ), Vas Orsolya( <b>labor</b> )						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	3.	2.6 Értékelés módja	zárthelyi, szemináriumi tevékenység, laborvizsga, írásbeli és szóbeli vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező–alap

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszámja)

3.1 Heti óraszám	5	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	3
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	70	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	42
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					25
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					5
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					38
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					5
Vizsgák					7
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszám					80
3.8 A félév össz-óraszám					150
3.9 Kreditszám					5

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nincsen</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	Alapkompetenciák az alábbi tárgyakból: <ul style="list-style-type: none"> <li>• matematikai analízis;</li> <li>• MatLab.</li> </ul>

## 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó terem.</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fehér táblával és videoprojektorral felszerelt számítógépes terem, a gépeken a MatLab matematikai szoftvercsomag statisztikai eszköztárával.</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eseményalgebra és eseménymező fogalmának elsajátítása.</li> <li>• A valószínűség klasszikus és axiomatikus értelmezésének gyakorlati alkalmazása.</li> <li>• Geometriai és feltételes valószínűség felismerése és alkalmazása.</li> <li>• Valószínűségi modellek felismerése és gyakorlati alkalmazása.</li> <li>• Egyszerűbb térmodellezési feladatok matematikai leírása és grafikus megjelenítése.</li> <li>• Különböző, háromdimenziós modelleket eltároló adatállományok feldolgozása.</li> <li>• Nevezetes valószínűségi változók és vektorok tulajdonságainak elsajátítása és gyakorlati alkalmazása.</li> <li>• Valószínűségi változók és vektorok sűrűség- és eloszlásfüggvényeinek meghatározása, tanulmányozása.</li> <li>• Valószínűségi változók és vektorok numerikus jellemzőinek meghatározása.</li> <li>• Valószínűségi változók és vektorok karakterisztikus függvényének alkalmazása gyakorlati és elméleti feladatokban.</li> <li>• Valószínűségi változók sorozatának és sztochasztikus konvergenciájuk tanulmányozása.</li> <li>• Nagyszámok törvényének és a centrális határeloszlás tételének elméleti és gyakorlati alkalmazása.</li> <li>• Leíró statisztika.</li> <li>• Véletlenszám-generátorok.</li> <li>• Mintavételi elmélet.</li> <li>• Becslésmélet: korrekt és abszolút korrekt becslés.</li> <li>• Fischer-féle információmennyiség. Rao–Cramer-egyenlőtlenség.</li> <li>• Módszerek paraméterbecslésre: pontbecslés, intervallumbecslés.</li> <li>• Monte Carlo módszerek.</li> <li>• Hipotézisellenőrzés.</li> <li>• Illeszkedésvizsgálat.</li> </ul>
Transzverzális kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A szakmai kompetenciákra épülő szimulációs modellek, valamint programok implementálása a különböző valószínűség-számítási és statisztikai modellek, hipotézisellenőrzések és illeszkedésvizsgálat tanulmányozására.</li> <li>• Nemegyenletes eloszlású véletlenszámok generálása inverziós, elutasítás, közrefogás módszerével, valamint nemegyenletes eloszlású valószínűségi változók nemlineáris ötvözésével. Az ilyen típusú algoritmusok futási idejének tanulmányozása és gyakorlatbeli alkalmazása.</li> <li>• Erősen nemlineáris optimalizációs problémák megoldása heurisztikus algoritmusokkal.</li> <li>• Véletlenszerű folyamatok felismerése és jellemzése.</li> <li>• Kutató jellegű problémák felismerése és tanulmányozása.</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>A valószínűség-számítás és matematikai statisztika alapismereteinek elsajátítása azok gyakorlati hasznának kiemelésével.</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>A szakmai kompetenciáknál felsorolt képességek ismertetése és elsajátíttatása.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Eseménymező. Valószínűségi mező. Valószínűség klasszikus és axiomatikus értelmezése. Feltételes valószínűség. Teljes valószínűség. Bayes-képlet. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
2. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók. Eloszlás- és sűrűségfüggvény (relatív gyakoriság függvény) értelmezése és tulajdonságaik. Példák nevezetes diszkrét és folytonos valószínűségi változókra	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
3. Valószínűségi változók numerikus jellemzői. Várható érték és tulajdonságai. Magasabb rendű (centrál, abszolút) momentumok	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
4. Egyenlőtlenségek	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
5. Konvergencia típusok: majdnem biztos, sztochasztikus, Bernoulli	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
6. Nagyszámok törvényei: Markov, Csebisev, Bernoulli, Kolmogorov alak	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás.	[1]–[15]
7. Hatéreloszlás tételek: Lindeberg-Lévy, Moivre-Laplace	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
8. Leíró statisztika. Véletlenszám-generátorok	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
9. Mintavételi elmélet. Statisztikák. Glivenko-tétele	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
10. Becslélmélet (korrekt, abszolút és torzítatlan becslések). Fischer-féle információmennyiség. Rao-Cramer-egyenlőtlenség	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]

11. Módszerek paraméterbecslésre (pont- és intervallumbecslés)	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
12. Monte Carlo módszerek differenciálegyenletek és lineáris egyenletrendszerek megoldására, tovább integrálszámításra	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
13. Hipotézisellenőrzés. Teszt erőssége. Egy- és kétmintás U- és T-próba az ismeretlen elméleti várható értékre, illetve ismeretlen elméleti várható értékek összehasonlítására. Khi-négyzet próba az ismeretlen elméleti szórásra, illetve a kétmintás F-, vagy hányados próba az ismeretlen elméleti szórások összehasonlítására	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]
14. Illeszkedés- és függetlenségvizsgálat	Zömében táblára, időnként videoprojektorra épülő előadás.	[1]–[15]

### Könyvészet

- 1) Agratini, O.: *Capitole speciale de matematici, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1996.
- 2) Blaga, P., Rădulescu, M.: *Calcul probabilităţilor, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1987.
- 3) Blaga, P.: *Calculul probabilităţilor și statistică matematică. Vol.II. Curs și culegere de probleme.* Cluj-Napoca: Universitatea "Babeş-Bolyai" Cluj-Napoca, 1994.
- 4) Blaga, P.: *Statistică matematică. Lucrări de laborator.* Cluj-Napoca: Universitatea "Babeş-Bolyai" Cluj-Napoca, 1999.
- 5) Blaga, P., *Statistică prin Matlab.* Cluj-Napoca: Presa Universitară Clujeană, 2002.
- 6) Cseke Vilmos: *A valószínűség-számítás és gyakorlati alkalmazásai*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár-Napoca, 1982.
- 7) Feller, W.: *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.
- 8) Lehmann, E.L.: *Testing statistical hypotheses.* New York: Springer, 1997..
- 9) Mihoc, Ion: *Calculul probabilităţilor și statistică matematică. P. I–II:* Cluj-Napoca, Universitatea Babeş–Bolyai, 1994.
- 10) Schervish, M.J.: *Theory of statistics.* New York: Springer, 1995.
- 11) Saporta, G.: *Probabilités, analyse des données et statistique.* Paris: Editions Technip, 1990.
- 12) Rényi, A.: *Valószínűség-számítás*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
- 13) Róth Ágoston: *Valószínűség-számítás és statisztika laborfeladatok.* Kolozsvári Egyetemi Könyvkiadó, 2011.
- 14) Soós Anna: *A matematikai statisztika elemei*, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, 2005.
- 15) Trîmbițaș, R.T.: *Metode statistice.* Cluj-Napoca: Presa Universitară Clujeană, 2000.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Egyenletes eloszlású véletlenszám-generátorok: (összetett) multiplikatív lineáris kongruenciák módszere, Mersenne-twister	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
2. Nemegyenletes eloszlású véletlenszám-generátorok (1): az inverziós, az elutasítás, és a közrefogás módszere	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
3. Nemegyenletes eloszlású véletlenszám-generátorok (2): Box–Muller-algoritmus, Pearson-féle khi-négyzet, gamma-, béta-, Student-, Snedecor–Fischer-eloszlású valószínűségi változók	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]

generálása		
4. Egymintás U-próba az ismeretlen elméleti várható értékre	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
5. Kétmintás U-próba az ismeretlen elméleti várható értékek összehasonlítására	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
6. Egymintás T-próba az ismeretlen elméleti várható értékre	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
7. Kétmintás T-próba az ismeretlen elméleti várható értékek összehasonlítására	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
8. Egymintás khi-négyzet próba az ismeretlen elméleti szórásnégyzetre	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
9. Kétmintás F-próba az ismeretlen elméleti szórásnégyzetek összehasonlítására	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
10. Illeszkedésvizsgálat: nemparaméteres khi-négyzet próba az ismeretlen elméleti eloszlásra	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
11. Illeszkedésvizsgálat: paraméteres khi-négyzet próba az ismeretlen elméleti eloszlásra	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
12. Monte Carlo módszerek és genetikus algoritmusok (1)	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
13. Monte Carlo módszerek és genetikus algoritmusok (2)	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]
14. Laborvizsga	(Fehér) tábla, szimulációs programok bemutatása	[3], [6], [13], [16]–[17]

**Könyvészet:** ugyanaz, mint az előadások esetén.

**Kiegészítő könyvészet:**

16) Natalia Roşca: Monte Carlo methods for systems of linear equations. Stud. Univ. “Babeş–Bolyai”, Mathematica, Volume LI, Number 1, March 2006.

17) Ágoston Róth, Imre Juhász: *Constrained surface interpolation by means of a genetic algorithm*, Computer Aided Design, **43**(9):1194–1210, 2011.

## 9. A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott valószínűség-számítás és matematikai statisztika tárgyak hagyományos tartalmával és elvárásaival. Mi több, a tantárgy anyaga elméleti háttérrel biztosít mesterséges intelligenciára, kockázatelemzésre, Markov-láncokra, és egyéb sztochasztikus folyamatokra épülő problémák tanulmányozására.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Valószínűség-számításbeli és matematikai statisztikai alapfogalmak ismerete és alaptételek megfelelő használata.	Zárthelyi, továbbá félévvégi írásbeli és szóbeli feladatokból és elméleti tételekből.	~20 % (zárthelyi) ~36% (írásbeli)
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatok helyessége.	Labortevékenység, jelenlét, pluszfeladatok és szimulációs programok bemutatása.	~44 % (laborvizsga)

### 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

- Maximális labortevékenység (12 pont) és sikeres laborvizsga (minimum 5/10 pont) beugrót jelent az írásbelire. A kitűzött laborfeladatokat hétről hétre határidőre kell megoldani és személyesen bemutatni. Laborfeladatok bemutatásának elmulasztása, vagy azok másolása esetén az adott hallgató büntető pontokban részesül, melyeket csak további pluszfeladatok megoldásával törleszthet.
- Maximális minősítést legalább 50 pont elérése során adunk.
- A kizárólagosan gyakorlati feladatok megoldását igénylő zárthelyin maximálisan 10 pontot lehet elérni.
- Szemináriumon, valamint pluszfeladatként kitűzött elméleti jellegű feladatok, továbbá szimulációs programok helyes megoldására, illetve implementálására – az adott feladat nehézségétől függően – minimum 1, maximum 10 pontot adunk.
- Átmenő jegyet legalább 35 pont elérése esetén adunk (ez a pontszám jellemezné egy hallgató féléves gyakorlati tevékenységét).
- Amennyiben valaki nem éri el a 35 pontot az írásbelivel bezárólag, akkor kötelező az írásbelit követő szóbelin megjelennie, ahol két gyakorlati és egy elméleti jellegű tételre kell válaszolnia – mindegyikre legalább 5-s szinten. (Ezt követően a három szóbeli tételre kapott jegy számtani átlaga határozza meg a szóbelire adott jegyet. Sikeres szóbeli esetén a végső jegyet egyrészt a szóbelin elért jegy, másrészt az írásbelivel bezárólag elért pontok által szült jegy számtani átlaga adja).

**Kitöltés dátuma** 2022. április. 18.

**Előadás felelőse**  
dr. Soós Anna, egyet. docens

**Szeminárium felelőse**  
dr. Vas Orsolya, tanársegéd

**Az intézeti jóváhagyás**

**dátuma** 2022. április. 28.

**Intézetigazgató,**

dr. András Szilárd, egyet. docens

.....