

A TANTÁRGY ADATLAPJA

1. A képzési program adatai

| | |
|-----------------------------|--|
| 1.1 Felsőoktatási intézmény | Babeş-Bolyai Tudományegyetem |
| 1.2 Kar | Matematika és Informatika |
| 1.3 Intézet | Magyar Matematika és Informatika Intézet |
| 1.4 Szakterület | Matematika-Informatika |
| 1.5 Képzési szint | Alap |
| 1.6 Szak / Képesítés | Informatikai matematika |

2. A tantárgy adatai

| | | | | | | | |
|---|---------------------------|-----------|---|----------------------|------------|---------------------|-----------------------|
| 2.1 A tantárgy neve | Valós függvénytan | | | | | | |
| 2.2 Az előadásért felelős tanár neve | Prof. Dr. Teodor Bulboacă | | | | | | |
| 2.3 A szemináriumért felelős tanár neve | Prof. Dr. Teodor Bulboacă | | | | | | |
| 2.4 Tanulmányi év | 2 | 2.5 Félév | 2 | 2.6. Értékelés módja | kollokvium | 2.7 Tantárgy típusa | választható-szaktárgy |

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

| | | | | | |
|---|----|----------------------|----|-----------------------|-----|
| 3.1 Heti óraszám | 4 | melyből: 3.2 előadás | 2 | 3.3 szeminárium/labor | 2 |
| 3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám | 56 | melyből: 3.5 előadás | 28 | 3.6 szeminárium/labor | 28 |
| A tanulmányi idő elosztása: | | | | | óra |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása | | | | | 38 |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás | | | | | 7 |
| Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása | | | | | 36 |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás) | | | | | 7 |
| Vizsgák | | | | | 6 |
| Más tevékenységek: | | | | | |
| 3.7 Egyéni munka össz-óraszama | | | | | 94 |
| 3.8 A félév össz-óraszama | | | | | 150 |
| 3.9 Kreditszám | | | | | 5 |

4. Előfeltételek (ha vannak)

| | |
|---------------------|--|
| 4.1 Tantervi | <ul style="list-style-type: none"> Az egy- és többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának ismerete. |
| 4.2 Kompetenciabeli | <ul style="list-style-type: none"> Az általános differenciál- és integrálszámítás ismerete. |

5. Feltételek (ha vannak)

| | |
|--|--|
| 5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei | <ul style="list-style-type: none"> Részvétel a tanszék oktatási munkájának szervezésében és lebonyolításában. |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Összesen 50 perc szükséges az előadás lebonyolításához. • Az előadó tanár jelenléte kötelező. • Az előadások a képzési folyamat szerves részét képezik, így az Egyetem a hallgatóktól elvárja, (de nem kötelezi) az azokon való részvételt. • Az előadáshoz szükséges oktatási segédanyagok biztosítása. • Optimális munkafeltételek megteremtése. |
| <p>5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei</p> | <ul style="list-style-type: none"> • A szemináriumokon való jelenlét kötelező. • A kollokviumon való részvétel feltétele az, hogy a diák a két felmérőből mind a ketten megjelenjen. • A felmérő dolgozatnál a diákok nem használhatnak semmiféle segédanyagot. • A felmérők eredményeinek közzététele a felmérő dolgozat megírásától számítva egy héten belül történik, a megfellebbezett felmérők újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik. • A kollokvium eredményét a dolgozatok kijavítása után ugyanazon a napon közöljük, a megfellebbezett dolgozat újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik. |

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

| | |
|------------------------------------|---|
| Szakmai kompetenciák | <ul style="list-style-type: none">• Ismerje az általános topológia elemeit (5 előadás):<ul style="list-style-type: none">- A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Hausdorff-féle axiómai. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője.- A topológikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topológikus tér altére. Topológikus terek direkt szorzata.- Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények.- Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben.- Összefüggő halmazok.• Ismerje a mértékelmélet elemeit (5 előadás):<ul style="list-style-type: none">- Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai.- Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása.- Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége.- Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben.- Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.• Ismerje az integrálmélet elemeit (4 előadás):<ul style="list-style-type: none">- Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja.- Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.- Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel.- A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele. |
| Transzverzális kompetenciák | <ul style="list-style-type: none">• Azon diákok, akik mélyebb ismereteket szeretnének szerezni egy hasznos matematikai software alkalmazásában, opcionálisan választhatják a MAPLE program 14, vagy 15-ös változatait. |

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

| | |
|--------------------------------------|---|
| 7.1 A tantárgy általános célkitűzése | <ul style="list-style-type: none"> • A valós analízis célja felvértezni a másodévesek hallgatót azokkal az ismeretekkel, amelyek egy matematika diplomával rendelkező végzősnek az analízis huszadik századi vívmányairól tudnia kell, valamint előkészíteni az alapokat olyan tantárgyak számára, mint a valószínűség-számítás, a funkcionálanalízis, vagy a differenciál-egyenletek. |
| 7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései | <p>A tantárgy tanulása során elsajátítandó készségek, ennek érdekében a kurzus három fő fejezete:</p> <ul style="list-style-type: none"> • az általános topológia • a mértékelmélet • az integrálmélet. <p>A végső cél a Lebesgue-féle integrál értelmezése és tulajdonságainak vizsgálata. Ez lehetővé teszi a fogalom alkalmazását a fent felsorolt matematikai diszciplínák tanításánál. Előadás közben a diákok ellenőrizendő feladatokat kapnak, amelyek közül a nehezebbeket – más feladatok kíséretében – a szemináriumon megoldanak.</p> |

8. A tantárgy tartalma

| 8.1 Előadás | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
|---|------------------------|---|
| A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Hausdorff-féle axiómái. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 1-5 oldal |
| A topológikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topológikus tér altére. Topológikus terek direkt szorzata. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 5-9 oldal |
| Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 9-13 oldal |
| Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 13-19 oldal |
| Összefüggő halmazok. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 19-22 oldal |

| | | |
|---|------------------------|---|
| Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 23-30 oldal |
| Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 30-33 oldal |
| Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 33-38 oldal |
| Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 38-46 oldal |
| Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 51-62 oldal |
| Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 70-75 oldal |
| Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 75-85 oldal |
| Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 85-92 oldal |
| A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 93-97 oldal |

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004
2. V. Anisiu: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.
3. C. Crăciun: Lecții de analiză matematică, Universitatea București, 1982.
4. C. Crăciun: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.

| 8.2 Szeminárium / Labor | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
|--|------------------------|---|
| Halmaz számossága. Megszámlálható halmazok. A kontinuum-számosság. Megszámlálható halmaz részhalmazai családjának számossága. Halmazok egyesítése, keresztmetszete függvény általi képe és ősképe. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Metrikus terek. Az aritmetikus tér euklideszi, Csebisev-féle és Fréchet-féle metrikája. Ekvivalens metrikák származtatta topológiák megegyezése. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Bázis, szubbázis. Példák a metrikus és az euklideszi térben. Rács, szűrő, környezetszűrő, környezetbázis. Példák általános topológikus térben és metrikus térben. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Halmazelméleti műveletekkel kapcsolatos feladatok: halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontjainak halmaza és határa képzésének művelete. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Számossági axiómák közötti kapcsolatok. A szétválasztási axiómák ekvivalens jellemzése és a közöttük lévő kapcsolatok vizsgálata. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Folytonos függvényekkel kapcsolatos feladatok. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Kompaktsággal és összefüggőséggel kapcsolatos feladatok. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Nevezetes halmazcsaládokkal kapcsolatos feladatok. Ekvivalens definíciók. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| A félgűrű fogalma. Félgűrűk direkt szorzata félgűrű. A valós tengely szakaszai által származtatott gyűrűk és félgűrűk. A Borel-féle halmaztest. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Mértékterekkel kapcsolatos feladatok. A számlálási mérték. Az egy pontban koncentrált mérték. A Poincaré-féle formula. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Lebesgue-mérhetőség a valós tengelyen. A Cantor-féle halmaz. A Cantor-féle függvény. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |

| | | |
|--|------------------------|---|
| Vitali példája nem Lebesgue-mérhető halmazra. Lépcsős függvényekkel és mérhető függvényekkel kapcsolatos feladatok. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| Határátmenet integráljel alatt. Példák annak szemléltetésére, hogy egyszerű esetekben a határátmenet nem vihető be az integráljel alá. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |
| A majdnem mindenholi konvergenciával kapcsolatos feladatok. Példák Lebesgue-integrálható függvényekre, amelyek nem Riemann-integrálhatók. Minden korlátos derivált függvény Lebesgue-integrálható. | Magyarázat, bizonyítás | Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004. |

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004

2. V. Anisiu: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.

3. C. Crăciun: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A hallgatóknak lehetőségük nyílik arra, hogy az előadások során szerzett ismereteket felhasználva, részt vegyenek tudományos rendezvényeken, és bekapcsolódjanak a szak tematikájához kapcsolódó kutatásokba.
 - A szak tanszékei oktató- és kutatómunkájuk révén intenzív kapcsolatban állnak e szakterületen számos neves külföldi tanszékével, és a tanterv szoros összhangban van a nemzetközi sztenderdekkel.
 - A tantárgy tartalma a szakmai egyesületek elvárásainak is megfelelnek.
- A szakmai egyesületek segítik a tehetséggondozó műhelyek munkáját is, lehetővé teszik a szakmai anyagok cseréjét, a tehetségek érvényesülésének segítségét, a tehetségek felkarolását, felkutatását és az ezzel foglalkozó szervezetek tevékenységének összehangolását.

10. Értékelés

| Tevékenység típusa | 10.1 Értékelési kritériumok | 10.2 Értékelési módszerek | 10.3 Aránya a végső jegyben |
|--------------------|--|---------------------------|-----------------------------|
| 10.4 Előadás | Két dolgozatok: értelmezések, bizonyítások | Írásbeli dolgozat | 25% |
| | Végleges kollokvium: 40% feladat megoldási készség és 60% elméleti ismeretek | Írásbeli kollokvium | 25% |

| | | | |
|--------------------------|--|---------------------|-----|
| 10.5 Szeminárium / Labor | Két dolgozatok: feladatok megoldásai (a) az első felmérő az 1. fejezetbeli (Általános topológia), a 2-dik fejezetbeli (Mértékelmélet) elméleti ismeretek és feladatokat foglalja magában (b) a második felmérő a 2-dik fejezetbeli (Mértékelmélet), a 3-dik fejezetbeli elméleti (Integrálmélet) ismeretek és feladatokat foglalja magában | Írásbeli dolgozat | 25% |
| | A végső jegy az (a) és (b) alpontoknál elért jegyek számtani középarányosa. | Írásbeli kollokvium | 25% |

| |
|---|
| 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei |
| <ul style="list-style-type: none"> • az általános topológia elemeit alap ismerete • a mértékelmélet elemeit alap ismerete • az integrálmélet elemeit alap ismerete |

Kitöltés dátuma: 2021, Április 28

Előadás felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Szeminárium felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Intézetigazgató