

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Mesterképzés
1.6 Szak / Képesítés	Modern módszerek a matematika tanításában

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu)	Módszertani észrevételek az elemi analízisben I.						
(en)	Methodological comments in elementary analysis I.						
(ro)	Aspecte metodice în analiza elementară I.						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens						
2.4 Tanulmányi év	1	2.5 Félév	1	2.6. Értékelés módja	kollokvium	2.7 Tantárgy típusa	kötelező-kiegészítő
2.8 A tantárgy kódja	MMM3012						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					31
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					46
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					19
Más tevékenységek:					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	133				
3.8 A félév össz-óraszama	175				
3.9 Kreditszám	5				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai analízis 1</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> <li>Olyan elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése, melyek nélkülözhetetlenek egy jövőbeli matematika szakos tanár számára. Ugyanakkor a tantárgy során bemutatott hibás feladatmegoldások, példák és ellenpéldák azt hivatottak szolgálni, hogy megelőzzük a tartalmi hibák előfordulását a középiskolai matematikai analízis oktatásában.</li> </ul>
Transzverzális kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> <li>A matematikai gondolkodás hasznosítása más műveltségterületeken, például a problémamegoldás, érvelés és kommunikáció szerepeltetésével.</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>A bemutatásra kerülő fontosabb fejezetek a következők: valós számsorozatok, valós számsorok, folytonos függvények, deriválható függvények, konvex függvények, primitív függvények, Darboux – tulajdonságú függvények.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok:</b> alsó korlát, felső korlát, legkisebb elem, legnagyobb elem, minimális elem, maximális elem, infimum, szuprémum; környezet, nyílt halmaz, zárt halmaz, $F_{\{\sigma\}}$ típusú halmaz, $G_{\{\delta\}}$ típusú halmaz, sűrű halmazok, Dirichlet-tétel, Kronecker-tétel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 13-46] [könyvészet;oldalak]
<b>2) Valós számsorozatok:</b> fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71]
<b>3) Valós számsorok:</b> Kummer-féle kritérium és következményei; számsorok és számsorozatok közötti kapcsolat (Kronecker-lemma)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 76-102]
<b>4) Véges és végtelen halmazok:</b> megszámlálható halmazok, kardinális számok, Cantor-Bernstein-tétel, Cantor-halmaz	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]

<p><b>5) Függvények határértéke és folytonossága:</b> a határérték jellemzése a Heine-kritériummal illetve a Cauchy-kritériummal; a folytonosság jellemzése nyílt halmazokkal (zárt halmazokkal); szakadási pontok (az <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> függvény szakadási pontjainak halmaza <math>F_{\{\sigma\}}</math> típusú; nem létezik olyan <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadós minden irracionális pontban)</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[7, I; 22-27]</p>
<p><b>6) Egyenletesen folytonos függvények:</b> az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az egyenletes folytonosság elégséges feltételei</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]</p>
<p><b>7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok:</b> a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; példa olyan folytonos <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> függvényre, amely egyetlen pontban sem deriválható (Van der Waerden példája, K. Weierstrass példája), Banach-tétel (a deriválható függvények halmaza első kategóriájú)</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[7, I; 191-201], [8; 107-116]</p>
<p><b>8) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[7, I; 202-224]</p>
<p><b>9) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> a középértéktételek egységesített formája (lásd: Páles Zs., <i>A unified form of the classical mean value theorems</i>, WSSIAA, 3(1994), 493-500)</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[7, I, 251-255]</p>
<p><b>10) Konvex függvények:</b> konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; példa olyan Jensen-konvex függvényre, amely nem konvex</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[8; 94-107], [7, I; 226-232]</p>
<p><b>11) Konvex függvények:</b> konvexitás és deriválhatóság kapcsolata (a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel; a konvexitás jellemzése a másodrendű deriváltfüggvénnyel)</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[8; 94-107], [7, I; 226-232]</p>
<p><b>12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel:</b> grafikus módszer, Rolle-sorozat, húr módszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer), a kontrakció elve (vagy Banach-féle fixpont tétel)</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[7, I; 457-477]</p>
<p><b>13) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, Lebesgue példája Darboux-tulajdonságú és sehol sem folytonos függvényre</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[9], [7, I; 120-122]</p>
<p><b>14) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa közötti kapcsolat</p>	<p>Előadás, bemutatás, szemléltetés</p>	<p>[9], [7, I; 120-122]</p>
<p><b>Könyvészet</b></p>		

- 1) Balázs M. - Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 2) Balázs M. : *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 3) Crăciun C.V. : *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- 4) Crăciun C.V. : *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- 5) Crăciun C.V. : *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 6) Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- 7) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- 8) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- 9) Sirețchi Gh. : *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 10) Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 13-18, 31-34]
<b>2) Valós számsorozatok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115]
<b>3) Valós számsorok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 116-143], [4; 17-27]
<b>4) Véges és végtelen halmazok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 18-22]
<b>5) Függvények határértéke és folytonossága:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
<b>6) Egyenletesen folytonos függvények :</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
<b>7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [7, II; 244-267]
<b>8) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
<b>9) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
<b>10) Konvex függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
<b>11) Konvex függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
<b>12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
<b>13) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
<b>14) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]

#### **Könyvészet**

- 1) Balázs M. - Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.

- 2) Balázs M. : *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 3) Crăciun C.V. : *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- 4) Crăciun C.V. : *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- 5) Crăciun C.V. : *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 6) Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- 7) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- 8) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- 9) Sirețchi Gh. : *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 10) Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

### 9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A mesterképzésben szereplő *Módszertani észrevételek az elemi analízisben I* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

### 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Formatív (formáló, folyamatos) értékelés	1 módszertani dolgozat megírása	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

2020. április 30.

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Előadás felelőse

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Szeminárium felelőse

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Intézetigazgató

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens