A TANTÁRGY ADATLAPJA

1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika Kar
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika, Informatika
1.5 Képzési szint	Mesteri
1.6 Szak / Képesítés	Komputacionális matematika

2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Morse elmélet és alkalmazásai						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Varga György Csaba						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Varga György Csaba						
2.4 Tanulmányi év	2.	2.5 Félév	4.	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező – alap

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszáma)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	36	melyből: 3.5 előadás	24	3.6 szeminárium/labor	12

A tanulmányi idő elosztása:	Óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása	40
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás	30
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása	30
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)	50
Vizsgák	14
Más tevékenységek:	

3.7 Egyéni munka össz-óraszáma	164
3.8 A félév ősz-óraszáma	200
3.9 Kreditszám	8

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	• Algebrai topológia
4.2 Kompetenciabeli	• differenciálegyeneletek, homologikus algebra és algebrai topologia, Szoboljev terek

5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában C1.4. Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzése
Transzverzális kompetenciák	CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Jelen előadás célja azon algebrai topologia, kritikus pontok elméleti illetve Morse elméleti alapok elsajátitása amelyeket alkalmazni lehet a variaciószámításban és a parciális differenciálegyenletek elméletében. Ezen kereten belül a diákok elsajátitják a homotopia és kohomologia elmélet fontosabb tulajdonságait. Itten megemítjük az Alexander-Spanier kohomologia elméletet, a pricipális fibrálásokat valamint a kohomologikus indexet és ennek a tulajdonságait. A következőkben a kritikus elmélet néhány elemét mutatjuk be, vagyis az első és második deformációs lemmát valamint az ebből következő minimax elveket. Ezekután bevezetjük a kritikus csoprt fogalmát és tanulmányozzuk ezek fontosabb tulajdonságait. Továbbá bemutatjuk a homotopikus és a kohomologikus index fogalmát. A homotopikus és a kohomologikus index fogalmát felhasználva nem-triviális kritikus pontok létezését mutatjuk ki. Ezekután a kritikus pontok multiplicitását vizsgaljuk, amelyek egy Banach teren illetve egy Finsler sokaságon vannak ertelmezve. Felhasználva ezeklet a fogalmakat p-kvázilineáris feladatok sajátértékeit tanulmányozzuk p-szublineáris, p-szuperlineáris és aszimptotikusan p-lineáris rezonancia és nem-rezonancia feladatokat tanulmanyozzunk. Külön fejezetet szentelünk a Dancer-Fucik spektrum tanulmányozásának.A diákok az elsajátított ismereteket és módszereket felhasználhatják az oktatásban és a kutatásban.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	• Azon ismeretek elsajátítása, amelyek szükségesek a nemlineáris parciális differenciálegyenletek tanulmányozásában

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Szoboljev terek - A Szoboljev terek ertelmezése - Beágyazási tulajdonságok	Előadás	[3]
2. Integrálfunkcionálok - Integrálfunkcionálok - Integrálfunkcionálok deriváltja	Előadás	[1], [2]
3. Feladatok megfogalmazása - gyenge megoldás fogalma - példák p-Laplace operátorokra	Előadás	[1], [2]
4. Algebra topologiai fogalmak I - homotópia fogalma - direkt limeszek	Előadás	[4]
5. Algebra topologiai fogalmak II - fibrálások - kohomologikus index	Előadás	[4]
6. Deformaciós tételek - első deformációs lema - második deformációs lema	Előadás	[1], [2]
7. Kritikus csoprtok - kritikus csoprtok értelmezése és a tulajdonságai - homotopikusan és kohomologikusan kapcsolt halmazok	Előadás	[1], [2]
8. Nemtriviális kritikus pontok - Mountain Pass tipúsu pontok - A három kritikuspont tétele - lokális kohomologikus felbontások	Előadás	[1], [2]

9. Finsler sokaságok és deformaciós tételek	Előadás	[1], [2]
10. Páros funkcionálok - multiplicitási tételek - pszeudo-indexek	Előadás	[1], [2]
11. Funkcionálok Finsler sokaságokon - deformációs tételek - multiplicitási tételek	Előadás	[1], [2]
12. p-Laplace tipúsu egyenletek - lokális kohomologikus megoldások - a sajátértékek metszései	Előadás	[1]
13. Dancer-Fucik spektrum - a Dancer-Fucik spectrum értelmezése - görbecsaládok a spektrumban	Előadás	[1], [2]
14. A kritikus csoportok homotopikus invariánciája - perturbálások és ezen megoldásainak létezése	Előadás	[1], [2]

Könyvészet

1. K. Perera, R.P. Agarwal, Donal O'Regan, Morse theoretic Aspects of p-Laplaccian Operators, AMS, 2010.

2. K.-C. Chang, Infinite Dimensional Morse Theory and Multiple Solution Problems, Birkhauser Boston 1993.

3. R. A. Adams, Sobolev Space. Academic Press, 1975.

4. E. Spanier, Algebraic Topology, McGraw-Hill Book, 1966.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Uniform Banach terek	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[3]
2. A Szoboljev terek uniform konvexitása	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[3]

3. Példák integráfunkcionálokra	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[1], [3]
4. Hányados topologiák	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
5. Lánckomplexusok	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
6. Egzakt sorok	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
7. Differenciálegyenletek Banach tereken	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4]
8. Pszeudo-gradiens vektormezők szerkesztése	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4], [6]
9. Példák homotopikusan és kohomologikusan kapcsolt halmazokra	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[6]
10. Dancer-Fucik spectrum tulajdonságai	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[6]
11. Multiplicitási tételek	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4], [6]
12. egyéni projektet bemutatása (I)	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	
13. egyéni dolgozat bemutatása (II)	Előadás, beszélgetés	
14. egyéni dolgozat bemutatása (III)	Előadás, beszélgetés	

Könyvészet

1. Alberto Abbondandolo, Morse theory for Hamiltonian systems, CHAPMAN & HALL/CRC, 2001.
2. Matthias Schwarz, Morse Homology, Birkhäuser, 1993.
3. Haim Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2010.
4. W. Zou, M. Schecter, Critical point theory and its applications, Spinger, 2006.
5. E. Spanier, Algebraic Topology, McGraw-Hill Book, 1966.
6. K. Perera, R.P. Agarwal, Donal O'Regan, Morse theoretic Aspects of p-Laplaccian Operators, AMS, 2010.

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott Morse elmélet tartalmával.
- A tárgy segítséget nyújt az algebrai topologia eszközeinek a parciális differenciálegyenletek

tanulmányozásában. • Az előadások során megismert eszközök jobb megértésében segít.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és alaptételek ismerete	Félév végi szóbeli vizsga	40%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Szemináriumi tevékenység	30%
		Egyéni dolgozat bemutatása	30%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
• Algebrai topologia elemeinek az ismerete • Banach és Szoboljev terek elmeletének ismerete • Differenciálegyenletek Banach terekben • Kritikus csoportok fogalma • Tudjon megoldani egyszerűbb feladatokat minden fejezetből.			

Kitöltés dátuma	Előadás felelőse	Szeminárium felelőse
2020 április 24	Dr. Varga György Csaba	dr. Varga György Csaba

Az intézeti jóváhagyás dátuma	Intézetigazgató
....	dr. András Szilárd