

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Funkcionálanalízis						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Kassay Gábor egyet. tanár						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Kassay Gábor egyet. tanár						
2.4 Tanulmányi év	3	2.5 Félév	5	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kötelező szaktárgy
2.8 Tantárgy kódja	MLM0004						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2/0
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28/0
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					17
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					17
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					17
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					13
Vizsgák					5
Más tevékenységek: -					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					69
3.8 A félév össz-óraszama					125
3.9 Kreditszám					5

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	Nincs
4.2 Kompetenciabeli	A Matematikai Analízis fogalmainak, fontosabb tételeinek és technikáinak ismerete. Valós Analízis (mértékelmélet) és differenciálegyenletek alapszintű ismerete.

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt tanterem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.4. Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása</li> <li>• C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>• C3.2 Adatok értelmezése és az algoritmikusan megoldható feladatok megoldása során a megoldás különböző lépéseinek magyarázata</li> <li>• C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése</li> <li>• C 4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján</li> <li>• C5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	A funkcionálanalízis alapfogalmainak és eredményeinek megismertetése és megértése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	Fontos principiumok (Hahn-Banach tétele, Banach féle fixponttétel, Banach-Schauder tétel, Riesz Frigyes tételei, stb.). A bizonyítási technikák megismerése, fontos alkalmazások elsajátítása

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. A funkcionálanalízis születése: variációszámítás. A legrövidebb idő feladata (Bernoulli)	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[11]
2. Normált terek. Sorozatok normált terekben. Teljesség, Banach terek.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 60-63, 71-73; [5] pp: 26-30
3. Banach féle fixponttétel és alkalmazásai.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[10] pp: 18-22
4. A Minkowski-féle funkcionál és tulajdonságai.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 179-182, 196, 199-202; [5] pp: 85; [6] pp: 16-22

5. Hahn-Banach féle meghosszabítási tétel lineáris funkcionálok esetén	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 208, 222-223, 227-229; [5] pp: 65- 66
6. Hahn tételei. Mazur tétele (Hahn-Banach tétel geometriai alakja). Konvex halmazok szétválasztása hipersíkkal.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[6] pp: 155-175
7. Prehilbert terek (skalár szorzat, a prehilbert tér fogalma, Hilbert terek, ortogonalitás)	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 239-242, 254-257; [5] pp: 132
8. Vetületek normált és prehilbert terekben. Konvex halmazok elválasztása hipersíkokkal véges dimenziós terekben a vetületek alkalmazásával.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[6] pp: 126-134
9. Fourier sorok Hilbert terekben.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[6] pp: 134-148
10. Hilbert terek duálisa. Riesz-Fréchet tétel.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 374-375, 420-421 [6] pp. 162-164
11. Nyílt leképezések tétele (Banach-Schauder tétele).	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 265-275; [5] pp: 134-148
12. Egyenletes korlátosság elve (Banach-Steinhaus tétele)	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 288-290, 292-297; [5] pp: 88-89, 238-242
13. Zárt grafikon tétele. Gyenge topológiák. Pontonkénti és egyenletes konvergencia.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 297-299, 301-303, 307- 310; [5] pp: 200-204, 244- 245
14. Lineáris és folytonos operátorok normált terek között.	Előadás, megbeszélés, bizonyítás	[1] pp: 310-313
<b>8.2 Szeminárium</b>	<b>Didaktikai módszerek</b>	<b>Megjegyzések</b>
1. Sublineáris függvények és félnormák (sublineáris függvények és félnormák tulajdonságai, példák sublineáris függvényekre és félnormákra)	Feladatok megoldása	[1] pp: 60-61; [5] pp: 30-33
2. Normák (Young, Hölder és Minkowski egyenlőtlenségek).	Feladatok megoldása	[1] pp: 63-66; [5] pp: 4-6
3. Konvex lineáris funkcionálok meghosszabbítása (a komplex-lineáris funkcionál és valós-lineáris funkcionál kapcsolata, Hahn – Banach tétel komplex lineáris terekre, Bohnenblust – Sobczyk – Suhomlinov tétel)	Feladatok megoldása	[1] pp: 57-58, 72-75
4. A funkcionálanalízisben használt általános topológiai fogalmak és eredmények átvizsgálása	Feladatok megoldása	[3] pp: 341-346; [5] pp: 34-40
5. Példák teljes normált terekre 1 (B(T, K), CB(T, K), C(T, K))	Feladatok megoldása	[1] pp: 208-210; [5] pp: 59-60, 63-64

6. Példák teljes normált terekre 2 ( $c, c_0, L_p, l_p$ )	Feladatok megoldása	[1] pp: 213-215; [5] pp: 60-62, 216-217; [5] pp: 62-63
7. Kompakt halmazok normált terekben. Riesz Frigyes tétele a véges dimenziós normált terekre.	Feladatok megoldása	[1] pp: 202-203, 207; [5] pp: 97-99
8. Baire-terek	Feladatok megoldása	[1] pp: 97-101; [5] pp: 44-47
9. Szeparábilis normált terek	Feladatok megoldása	[1] pp: 233-234, 236-238; [5] pp: 69-72
10. Folytonos lineáris funkcionálok normált tereken.	Feladatok megoldása	[1] pp: 377-378; [8] pp: 97-99
11. Folytonos lineáris funkcionálok általános alakja az $L_p$ normált téren	Feladatok megoldása	[1] pp: 381-384; [8] pp: 59-60
12. Folytonos lineáris funkcionálok általános alakja a $c$ és $c_0$ normált tereken	Feladatok megoldása	[1] pp: 384-388; [5] pp: 59-60
13. Toeplitz tétele	Feladatok megoldása	[1] pp: 388-391
14. A Lagrange féle interpolációs operátor sorozat divergenciája	Feladatok megoldása	[1] pp: 313-315; [5] pp: 206-208

#### Könyvészet

1. BRECKNER W. W.: Analiză funcțională. Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2009
2. CONWAY J. B.: A Course in Functional Analysis. Second Edition. Springer-Verlag, New York – Berlin – Heidelberg, 1990
3. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung. 3. Auflage. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992
4. KANTOROVICI L.V., AKILOV G. P.: Analiză funcțională. Editura Stiințifică și Enciclopedică, București, 1986
5. KASSAY GÁBOR, KOLUMBÁN JÓZSEF, MARCHIS JULIANNA: Valós számok és metrikus terek, Presa Universitară Clujeană, 2005.
6. MUNTEAN I.: Analiză funcțională. Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993
7. POPA E.: Culegere de probleme de analiză funcțională. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
8. PRECUPANU T.: Analiză funcțională pe spații liniare normate. Editura Universității „Alexandru Ioan Cuza”, Iași, 2005
9. WERNER D.: Funktionalanalysis. Vierte, überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002
10. EBERHARD ZEIDLER: Applied Functional Analysis, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1995.
11. Brachistochrone Problem. <http://mathworld.wolfram.com/BrachistochroneProblem.html>

**9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.**

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott funkcionálanalízis tárgy hagyományos tartalmával.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és alaptételek ismerete, bizonyítások ismerete	Szóbeli vizsga	80%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Félév közbeni írásbeli vizsga	20%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lineáris funkcionálanalízis alapfogalmainak, alaptételeinek, valamint fontos principiumainak elsajátítása.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

2019. ápr. 24.

Előadás felelőse

Dr. Kassay Gábor,  
egyet. tanár

Szeminárium felelőse

Dr. Kassay Gábor,  
egyet. tanár

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2019. ápr. 30.

Intézetigazgató

Dr. András Szilárd-Károly,  
egyet. docens