

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

|                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| 1.1. Felsőoktatási intézmény | Babeş-Bolyai Tudományegyetem     |
| 1.2. Kar                     | Matematika és Informatika        |
| 1.3. Intézet                 | Magyar Matematika és Informatika |
| 1.4. Szakterület             | matematika, informatika          |
| 1.5. Képzési szint           | mesteri                          |
| 1.6. Szak/Képesítés          | Számítógépi matematika/mesteri   |

### 2. A tantárgy adatai

|  |   |            |   |                      |  |                      |                    |
|--|---|------------|---|----------------------|--|----------------------|--------------------|
| 2.1. A tantárgy neve                     | <b>Speciális fejezetek geometriai modellezésből (Capitole speciale în modelarea geometrică)</b> |            |   |                      |  |                      |                    |
| 2.2. Az előadásért felelős tanár neve    | dr. Róth Ágoston, egyet. docens   |            |   |                      |  |                      |                    |
| 2.3. A szemináriumért felelős tanár neve | dr. Róth Ágoston, egyet. docens   |            |   |                      |  |                      |                    |
| 2.4. Tanulmányi év                       | 2   | 2.5. Félév | 2 | 2.6. Értékelés módja | laborfeladatok, projekt és írásbeli vizsga | 2.7. Tantárgy típusa | kötelező szaktárgy |

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszámja)

|  |    |                       |    |                        |      |
|--|----|-----------------------|----|------------------------|------|
| 3.1. Heti óraszám  | 3  | melyből: 3.2. előadás | 2  | 3.3. szeminárium/labor | 1/0  |
| 3.4. Tantervben szereplő össz-óraszám  | 42 | melyből: 3.5. előadás | 28 | 3.6. szeminárium/labor | 14/0 |
| A tanulmányi idő elosztása:  |    |                       |    |                        | óra  |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása            |    |                       |    |                        | 50   |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás       |    |                       |    |                        | 28   |
| Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása |    |                       |    |                        | 44   |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)   |    |                       |    |                        | 14   |
| Vizsgák  |    |                       |    |                        | 8    |
| Más tevékenységek: .....   |    |                       |    |                        |      |
| 3.7. Egyéni munka össz-óraszám   |    |                       |    |                        | 144  |
| 3.8. A félév össz-óraszám  |    |                       |    |                        | 200  |
| 3.9. Kreditszám  |    |                       |    |                        | 8    |

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

|                      |  |
|----------------------|--|
| 4.1. Tantervi        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Nincsen</b>, viszont előnyben vannak azok a hallgatók, kik felvették és sikeresen vizsgáztak is az informatika alapképzés negyedik félévében leadott számítógépi grafika szaktárgyból.</li> </ul>                                |
| 4.2. Kompetenciabeli | <p>Alapkompetenciák az alábbi tárgyakból:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analitikus mértan;</li> <li>• görbék és felületek differenciálgeometriája;</li> <li>• numerikus analízis;</li> <li>• fejlett C++ objektumorientált programozási technikák.</li> </ul> |

## 5. Feltételek (ha vannak)

|  |  |
|--|--|
| 5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei          | <ul style="list-style-type: none"><li>• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó</li></ul>  |
| 5.2. A szeminárium/labor lebonyolításának feltételei | <ul style="list-style-type: none"><li>• Fehér táblával és projektorral felszerelt számítógépes terem, melyben a gépek diszkrét/dedikált videokártyája legalább OpenGL 2.0-val kompatibilis, illetve a feltelepített programok között megtalálható a platform független Qt Creator SDK és fejlesztői környezet.</li></ul> |

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <b>Szakmai kompetenciák</b>        | <ul style="list-style-type: none"><li>• OpenGL programozási és megjelenítési technikák elsajátítása (rajzolási primitívek, megjelenítési listák, különböző attribútumokat eltároló csúcspont pufferek, csúcspont- és részecskeárnyalók).</li><li>• Affin és projektív transzformációk elsajátítása, ezek implementálása és alkalmazása több szabadságfokú kameraosztályokban.</li><li>• Különböző approximációs és interpolációs görbék/felületek elméleti és geometriai tulajdonságainak elsajátítása, ezekkel kapcsolatos interaktív és objektumorientált programok készítése a Qt Creator fejlesztői környezetben belül.</li><li>• Különböző approximációs és interpolációs görbék/felületek adott simasági rend szerinti interaktív illesztése, bonyolultabb alakzatok kialakítása és hatékony modellezése végett.</li><li>• Egyszerűbb térmodellezési feladatok matematikai leírása és grafikus megjelenítése.</li><li>• Különböző, háromdimenziós modelleket eltároló adatállományok feldolgozása.</li></ul> |
| <b>Transzverzális kompetenciák</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Sík- és térmodellezésben előforduló problémák közül azok azonosítása, amelyek az elsajátított alapismeretek eszközeivel jellemezhetők és tanulmányozhatók.</li><li>• Bonyolult modellezési problémák interaktív, számítógépes tanulmányozása matematikai, mesterséges intelligenciabeli és statisztikai eszközökkel (például adott geometriai megszorításokat teljesítő görbék/felületek előállítás vagy klasszikus elméleti és numerikus analízisbeli eszközökkel, vagy heurisztikus algoritmusokat ötvöző funkcionális optimalizálással).</li><li>• Kutató jellegű problémák felismerése és tanulmányozása.</li></ul>  |

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 7.1. A tantárgy általános célkitűzése | <ul style="list-style-type: none"><li>• Modellezési, feladatmegoldói, matematikai szövegértési készségek, továbbá hatékony megjelenítési technikák és fejlett programozási jártasságok fejlesztése OpenGL, QtCreator és C++ alapú platform független környezetben a sík és térmodellezés alapjainak elsajátításával.</li></ul>  |
| 7.2. A tantárgy sajátos célkitűzései  | <ul style="list-style-type: none"><li>• OpenGL renderelési technikák elsajátítása.</li><li>• Kontansokat is tartalmazó, kiterjesztett Csebisev-függvényterek egyedi nemnegatív normalizált B-bázisának előállítás, azok által származtatott B-görbék és felületek kiértékelése, interaktív alakváltoztatása és megjelenítése.</li><li>• B-görbék/felületek általános rendszámnövelési és felosztási eljárásának ismertetése.</li><li>• Racionális Bézier, B-spline görbék és felületek, illetve ezek általánosításainak ismertetése.</li><li>• Racionális ciklikus görbék és felületek ismertetése.</li><li>• Hagyományos paraméteres alakban adott görbék és felületek kontrollpont-alapú egzakt leírása kiterjesztett Csebisev-</li></ul> |

|  |   |
|--|---|
|  | <p>függvénytérben.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása kontrollpont-alapú görbék és felületek mentén értelmezett, négyzetes alakra hozható energiafunkcionálok optimalizálására.</li> <li>• Lokális görbe- és felületinterpolációs sémák ismertetése.</li> <li>• Interpolációs feltételeket teljesítő sima felületek (nem feltétlenül sima és linearizálható) energiafunkcionálok szerinti optimalizálása.</li> <li>• Hagyományos paraméteres alakban adott sima görbék és felületek közelítése kontrollpont-alapú görbékkel, illetve felületekkel.</li> <li>• A fenti görbe és felület előállítási módszerek egységes ős- és absztrakt osztály alapú implementálása, valamint interaktív megjelenítése.</li> <li>• Olyan hatékony és C++ alapú (ős/sablon/absztrakt) osztályok kialakítása, melyeket később a hallgatók egyrészt kutatáshoz, másrészt mobiliparra és játékfejlesztésre építő cégeknél elhelyezkedve is könnyen felhasználhatnak.</li> </ul> |
|--|---|

## A tantárgy tartalma

| 8.1. Előadás   | Didaktikai módszerek  | Megjegyzések        |
|--|---|---------------------|
| 1. Bevezetés görbe- és felületmodellezésbe   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [1]–[5], [19]       |
| 2. Ciklikus bázisfüggvények zárt görbék és felületek modellezésére   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [7], [8], [9], [19] |
| 3. Trigonometrikus/hiperbolikus B-görbék/felületek/térfogatelemek modellezése  | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [14], [19]          |
| 4. Hagyományos paraméteres alakban adott trigonometrikus görbék/felületek/térfogatelemek kontrollpont-alapú B-reprezentációja  | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [14], [19]          |
| 5. Polinomiális/trigonometrikus/hiperbolikus Overhauser-splineok és Coons-típusú felületek   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [12], [19]          |
| 6. Legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása (1): <i>kontrollpont-alapú görbék kontrollpontjainak helyzetváltoztatása kvadratikus alakra hozható energiafunkcionálok optimalizálásával</i>                   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [16], [19]          |
| 7. Legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása (2): <i>geometriailag folytonos, Nielson-típusú interpoláló háromszögfoltok általánosítása kvadratikus alakra hozható energiafunkcionálok optimalizálásával</i> | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [15], [19]          |

|   |   |                  |
|---|---|------------------|
| 8. Legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása (3.1):<br><i>sima, paraméteres görbék konverziója kontrollpont-alapú görbékké</i>  | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [3], [19]        |
| 9. Legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása (3.2):<br><i>sima, paraméteres felületek konverziója kontrollpont-alapú felületekké</i>  | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [3], [19]        |
| 10. Nemdeterminisztikus algoritmusok használata:<br><i>interpolációs feltételeket teljesítő sima görbék és felületek (nem feltétlenül sima és lineárizálható) energiafunkcionálok szerinti optimalizálása</i> | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [10], [19]       |
| 11. Konstans függvényeket is tartalmazó, kiterjesztett Csebisev-függvényterek egyedi nemnegatív normalizált B-bázisának előállítás. B-görbék/felületek előállítása, rendszámnövelése és felosztása            | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [13], [19]       |
| 12. Hagyományos paraméteres alakban adott paraméteres görbék és felületek kontrollpont-alapú egzakt leírása kiterjesztett Csebisev-függvényterek nemnegatív normalizált B-bázisával                           | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [13], [19]       |
| 13. Racionális B-spline-görbék és felületek általánosítása magfüggvényekkel (1)   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [11], [19], [20] |
| 14. Racionális B-spline-görbék és felületek általánosítása magfüggvényekkel (2)   | Interaktív programokra, projektorra, és táblára épülő előadás | [11], [19], [20] |

#### Könyvészet

- 1) Gerald Farin: *Curves and surfaces for CAGD, fifth edition: a practical guide*, The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics, 2001.
- 2) Gerald Farin: *NURBS: from projective geometry to practical use*, 2nd edition, A K Peters/CRC Press, 1999.
- 3) Joseph Hoschek, Dieter Lasser: *Fundamentals of Computer Aided Geometric Desing*, A K Peters/CRC Press, 1996.
- 4) Juhász Imre: *Számítógépi geometria és grafika*, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1995.
- 5) Les A. Piegl, Wayne Tiller: *The NURBS Book (Monographs in Visual Communication)*, 2nd edition, Springer, 1999.
- 6) Imre Juhász, Ágoston Róth: *Bézier surfaces with linear isoparametric lines*, Computer Aided Geometric Design, **25**(6):385–396, 2008.
- 7) Ágoston Róth, Imre Juhász, Josef Schicho, Miklós Hoffman: *A cyclic basis for closed curve and surface modeling*, Computer Aided Geometric Design, **26**(5):528–546, 2009.
- 8) Ágoston Róth, Imre Juhász: *Control point based exact description of a class of closed curves and surfaces*, Computer Aided Geometric Design, **27**(2):179–201, 2010.
- 9) Imre Juhász, Ágoston Róth: *Closed rational trigonometric curves and surfaces*, Journal of Computational and Applied Mathematics, **234**(8):2390–2404, 2010.
- 10) Ágoston Róth, Imre Juhász: *Constrained surface interpolation by means of a genetic algorithm*, Computer Aided Design, **43**(9):1194–1210, 2011.

- 11) Imre **Juhász**, Ágoston **Róth**: *A class of generalized B-spline curves*, Computer Aided Geometric Design, 30(1):85–115, 2012.
- 12) Imre Juhász, Ágoston **Róth**, 2014. *A scheme for interpolation with trigonometric spline curves*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 263(C):246–261.
- 13) Ágoston **Róth**: *Control point based exact description of curves and surfaces in extended Chebyshev spaces*, Computer Aided Geometric Design, 40:40–58, 2015.
- 14) Ágoston **Róth**, 2015. *Control point based exact description of trigonometric/hyperbolic curves, surfaces and volumes*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 290(C):74–91.
- 15) Ágoston **Róth**: *Nielson-type transfinite triangular interpolants by means of quadratic energy functional optimizations, manuscript*, <https://arxiv.org/pdf/1604.01910>.
- 16) Ágoston **Róth**: *Adjusting the energies of curves defined by control points*, manuscript submitted to Journal of Computational and Applied Mathematics.
- 17) Randi J. **Rost**, Bill M. **Licea-Kane**, Dan **Ginsburg**, John M. **Kessenich**, Barthold **Lichtenbelt**, Hugh **Malan**, Mike **Weiblen**: *OpenGL Shading Language*, 3rd ed., Addison-Wesley Professional, 2009.
- 18) Dave **Shreiner**, Mason **Woo**, Jackie **Neider**, Tom **Davis**: *OpenGL Programming Guide, 5th ed., The Official Guide to Learning OpenGL, Version 2*, Addison-Wesley, 2006.
- 19) Ágoston **Róth**: <https://sites.google.com/site/computeraidedgeometricdesign/msc>
- 20) Ágoston **Róth**: <https://sites.google.com/site/agostonroth/>

| 8.2. Szeminárium/Labor  | Didaktikai módszerek   | Megjegyzések |
|---|--|--------------|
| 1. OpenGL rajzoló primitívek  | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [18]         |
| 2. OpenGL megjelenítési technikák   | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [18]         |
| 3. Descartes koordináták, mátrix sablonok, négyzetes mátrixok, LU-faktorizáció, általános görbeosztály implementálása | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [19]         |
| 4. Paraméteres görbék továbbá kontrollpontok és tetszőleges bázisfüggvények lineáris                                  | Fehér tábla és projektor használata,   | [19]         |

|  |   |                         |
|--|---|-------------------------|
| <p>kombinációjával leírt görbék implementálása és megjelenítése</p>  | <p>laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése</p>                                      |                         |
| <p>5. Projektfeladatok ismertetése és kiosztása.</p> <p>Kivételkezelést, homogén és textúra koordinátákat, háromszögesített oldallapokat és hálókat, színeket, különböző típusú fényforrásokat és anyagi jellemzőket részlegesen implementáló forrásállományok ismertetése és befejezendő feladatként való kitűzése.</p> <p>Alkalmazás: háromdimenziós modellállományok feldolgozása és megjelenítése.</p> | <p>Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése</p> | <p>[19]</p>             |
| <p>6. Általános tenzorszoratzként leírt felületek kiértékelésére és megjelenítésére tervezett absztrakt ösosztály ismertetése.</p> <p>Alkalmazás: egyéni projekthez tartozó felületi foltok megjelenítése, azok interaktív illesztése és interpolációra való használata.</p>   | <p>Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése</p> | <p>[19]</p>             |
| <p>7. Csúcspont- és részecskeárnyalók implementálása és tesztelése (1)</p>   | <p>Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése</p> | <p>[17], [18], [19]</p> |
| <p>8. Csúcspont- és részecskeárnyalók implementálása és tesztelése (2)</p>   | <p>Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése</p> | <p>[17], [18], [19]</p> |
| <p>9. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (1)</p>   | <p>Fehér tábla és projektor használata,</p>   | <p>[6]–[16], [19]</p>   |

|  |  |                |
|--|--|----------------|
|  | laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése                                      |                |
| 10. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (2) | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [6]–[16], [19] |
| 11. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (3) | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [6]–[16], [19] |
| 12. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (4) | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [6]–[16], [19] |
| 13. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (5) | Fehér tábla és projektor használata, laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése | [6]–[16], [19] |
| 14. Egyéni laborfeladatok és projekt fejlesztése (6) | Fehér tábla és projektor használata,   | [6]–[16], [19] |

|   |   |  |
|---|---|--|
|   | laborórán nyomon követhető interaktív PDF állományok bemutatása és elmagyarázása, befejezendő fejléc és forrásállományok házi feladatként való kitűzése |  |
| <b>Könyvészet:</b> ugyanaz, mint az előadások esetén. |   |  |

### 8. A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>A tantárgy első három előadása sok szempontból megegyezik a fontosabb egyetemeken oktatott számítógépes grafikába és geometriai modellezésbe vezető tárgyak hagyományos tartalmával és elvárásaival. A további tizenegy előadás elméleti és laboranyaga az előadó – Thomson Web of Science által jegyzett, nemzetközi szaklapokban elfogadott – eredményeire épülnek. Ezért a tantárgy egy későbbi esetleges doktori képzés alapjait is megteremti, másrészt olyan programozási és interaktív modellezési technikákat is biztosít, mely számos ilyen témában érdekelt hazai és külföldi cég igényeinek is megfelel.</li> </ul> |
|---|

### 9. Értékelés

| Tevékenység típusa       | 10.1. Értékelési kritériumok   | 10.2. Értékelési módszerek   | 10.3. Aránya a végső jegyben |
|--------------------------|--|--|------------------------------|
| 10.4 Előadás             | Alapfogalmak, alaptételek és alap geometriai, modellezési fogalmak ismerete és használata. | Félévvégi írásbeli vizsga elméleti jellegű feladatokból. Az írásbelire a beugrót egy átmenőnek minősített labortevékenység jelenti.  | 40 %                         |
| 10.5 Szeminárium / Labor | Laborfeladatok helyessége. Egyéni projekt fokozatos fejlesztése.                           | Hétről hétre helyesen implementált és személyesen bemutatott, határidőre kitűzött laborfeladatok ellenőrzése. Egyéni projekt félévvégi személyes bemutatása. Másolt program(ok) bemutatása büntetőpontokkal és ismétlődő esetben írásbeli vizsgáról való kizárással jár. | 60 %                         |



## 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

- Összes kitűzött laborfeladat határidőre való megoldása.
- Legalább 5-ös minősítésű projekt megírása.
- Legalább 5-ös minősítés elérése az írásbeli vizsgán.

**Kitöltés dátuma**  
2017. április 16.

**Előadás felelőse**  
dr. Róth Ágoston, egyet. docens

**Szeminárium felelőse**  
dr. Róth Ágoston, egyet. docens

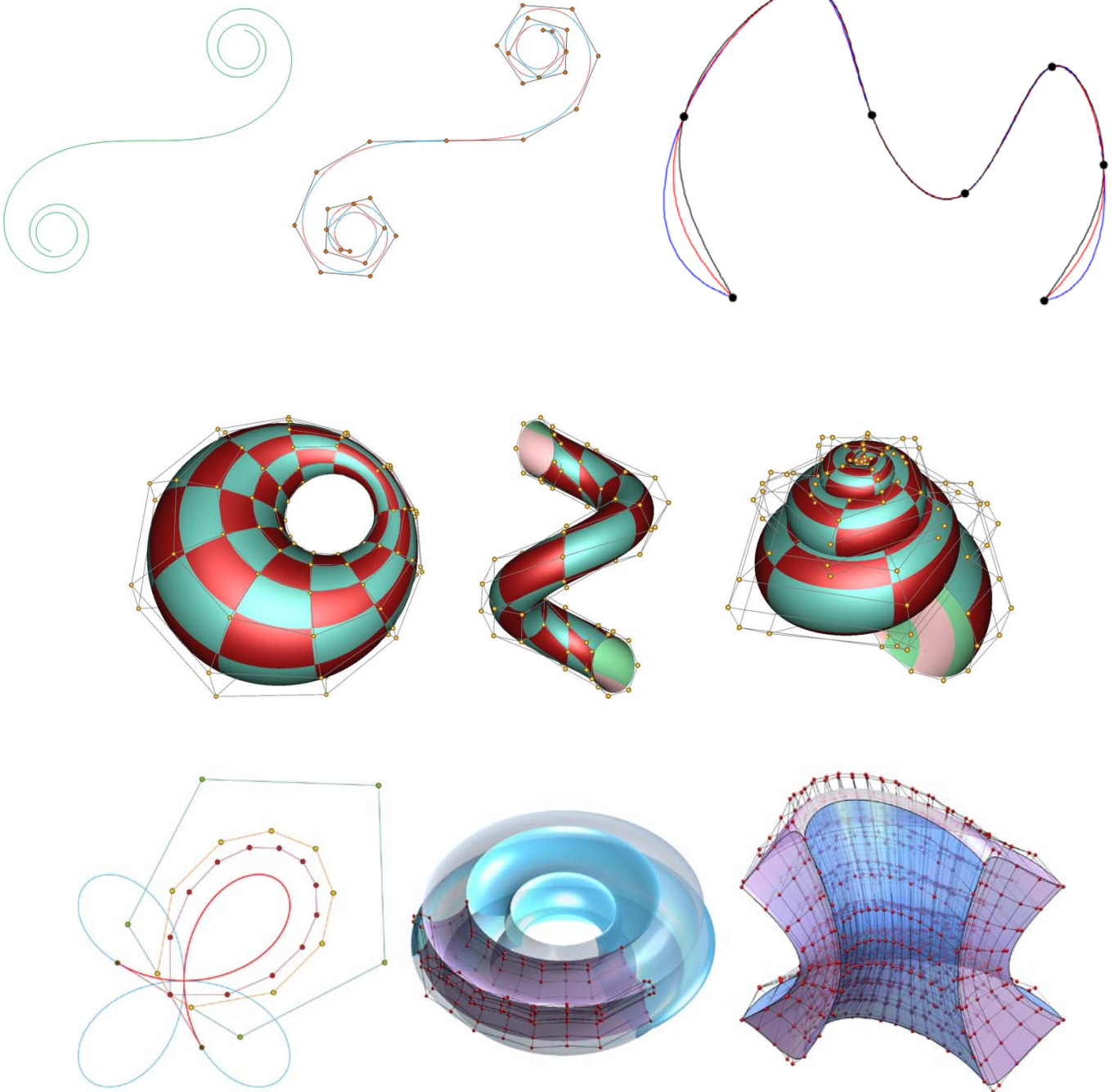
**Az intézeti jóváhagyás dátuma**

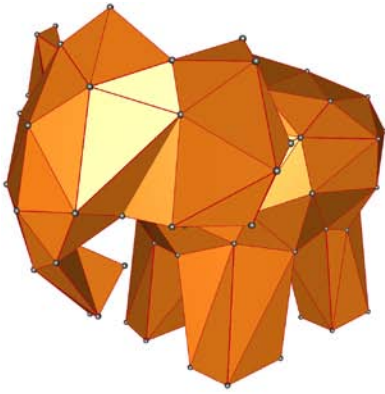
2017. április 16.

**Intézetigazgató,**

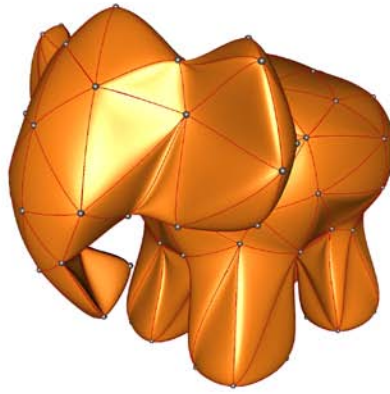
dr. András Szilárd, egyet. docens

.....

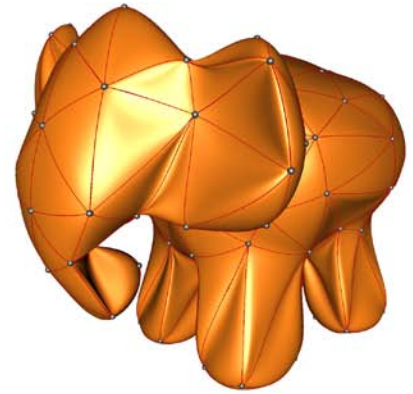




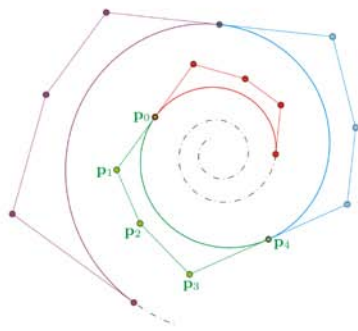
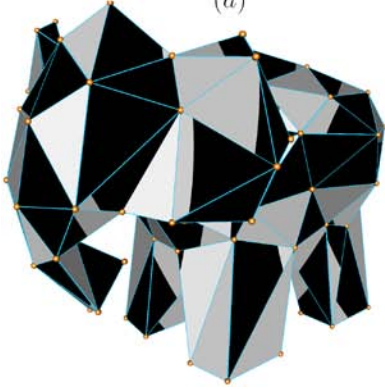
(a)



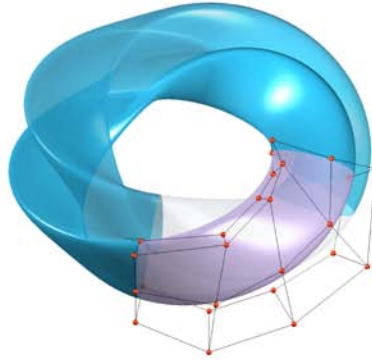
(b)



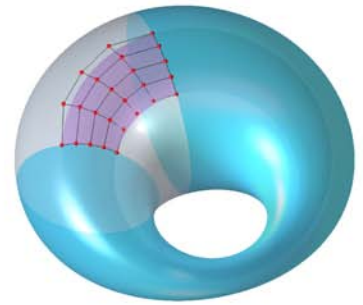
(c)



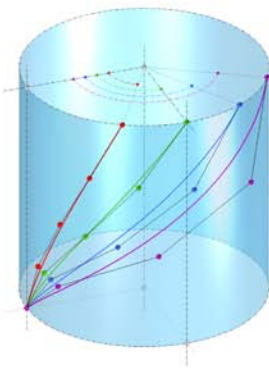
Logarithmic spiral (integral exponential-trigonometric curve)



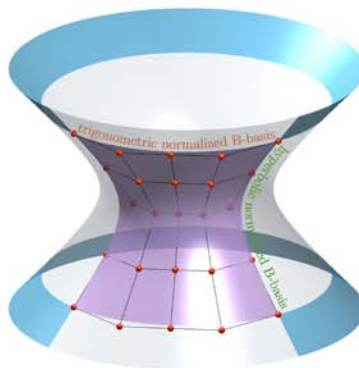
Alfred Gray's Klein Bottle (integral trigonometric surface)



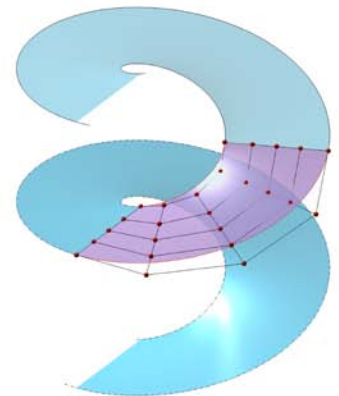
Ring Dupin cyclide (rational trigonometric surface)



Helical arcs (integral algebraic-trigonometric curves)



Hyperboloid (integral hyperbolic-trigonometric surface)



Cylindrical helicoid (integral algebraic-trigonometric surface)