

A TANTÁRGY ADATLAPJA

1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4 Szakterület	Matematika, Matematika-Informatika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Szaktárgy

2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Valós Analízis						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Teodor Bulboacă						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Teodor Bulboacă						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	1	2.6. Értékelés módja	kollokvium	2.7 Tantárgy típusa	alapvető

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					38
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					7
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					36
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					6
Más tevékenységek:					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					94
3.8 A félév össz-óraszama					150
3.9 Kreditszám					6

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> Az egy- és többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának ismerete.
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> Az általános differenciál- és integrálszámítás ismerete.

5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> Részvétel a tanszék oktatási munkájának szervezésében és lebonyolításában. Összesen 50 perc szükséges az előadás lebonyolításához. Az előadó tanár jelenléte kötelező. Az előadások a képzési folyamat szerves részét képezik, így az Egyetem a hallgatóktól elvárja, (de nem kötelezi) az azokon való
--	---

	<p>részvételt.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Az előadáshoz szükséges oktatási segédanyagok biztosítása. • Optimális munkafeltételek megteremtése.
<p>5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei</p>	<ul style="list-style-type: none"> • A szemináriumokon való jelenlét kötelező. • A kollokviumon való részvétel feltétele az, hogy a diák a három felmérőből mind a hárman megjelenjen. • A felmérő dolgozatnál a diákok nem használhatnak semmiféle segédanyagot. • A felmérők eredményeinek közzététele a felmérő dolgozat megírásától számítva egy héten belül történik, a megfellebbezett felmérők újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik. • A kollokvium eredményét a dolgozatok kijavítása után ugyanazon a napon közöljük, a megfellebbezett dolgozat újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik.

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	<ul style="list-style-type: none">• Ismerje az általános topológia elemeit (5 előadás):<ul style="list-style-type: none">- A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Hausdorff-féle axiómái. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője.- A topológikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topológikus tér altére. Topológikus terek direkt szorzata.- Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények.- Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben.- Összefüggő halmazok.• Ismerje a mértékelmélet elemeit (5 előadás):<ul style="list-style-type: none">- Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai.- Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása.- Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége.- Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben.- Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.• Ismerje az integrálmélet elemeit (4 előadás):<ul style="list-style-type: none">- Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja.- Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.- Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel.- A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.
Transzverzális kompetenciák	<ul style="list-style-type: none">• Azon diákok, akik mélyebb ismereteket szeretnének szerezni egy hasznos matematikai software alkalmazásában, opcionálisan választhatják a MAPLE program 14, vagy 15-ös változatait.

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> A valós analízis célja felvértezni a másodévesek hallgatót azokkal az ismeretekkel, amelyek egy matematika diplomával rendelkező végzősnek az analízis huszadik századi vívmányairól tudnia kell, valamint előkészíteni az alapokat olyan tantárgyak számára, mint a valószínűség-számítás, a funkcionálanalízis, vagy a differenciál-egyenletek.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<p>A tantárgy tanulása során elsajátítandó készségek, ennek érdekében a kurzus három fő fejezete:</p> <ul style="list-style-type: none"> az általános topológia a mértékelmélet az integrálemélet. <p>A végső cél a Lebesgue-féle integrál értelmezése és tulajdonságainak vizsgálata. Ez lehetővé teszi a fogalom alkalmazását a fent felsorolt matematikai diszciplínák tanításánál. Előadás közben a diákok ellenőrizendő feladatokat kapnak, amelyek közül a nehezebbeket – más feladatok kíséretében – a szemináriumon megoldanak.</p>

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Hausdorff-féle axiómái. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 1-5 oldal
A topológikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topológikus tér altére. Topológikus terek direkt szorzata.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 5-9 oldal
Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 9-13 oldal
Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 13-19 oldal
Összefüggő halmazok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 19-22 oldal
Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 23-30 oldal
Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 30-33 oldal

Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 33-38 oldal
Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 38-46 oldal
Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 51-62 oldal
Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 70-75 oldal
Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 75-85 oldal
Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 85-92 oldal
A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 93-97 oldal

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004

2. V. Anisiu: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.

3. C. Crăciun: Lectii de analiză matematică, Universitatea București, 1982.

4. C. Crăciun: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
Halmaz számossága. Megszámlálható halmazok. A kontinuum-számosság. Megszámlálható halmaz részhalmazai családjának számossága. Halmazok egyesítése, keresztmetszete függvény általi képe és ősképe.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Metrikus terek. Az aritmetikus tér euklideszi, Csebisev-féle és Fréchet-féle metrikája. Ekvivalens metrikák származtatta topológiák megegyezése.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.

Bázis, szubbázis. Példák a metrikus és az euklideszi térben. Rács, szűrő, környezetszűrő, környezetbázis. Példák általános topológikus térben és metrikus térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Halmazelméleti műveletekkel kapcsolatos feladatok: halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontjainak halmaza és határa képzésének művelete.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Számossági axiómák közötti kapcsolatok. A szétválasztási axiómák ekvivalens jellemzése és a közöttük lévő kapcsolatok vizsgálata.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Folytonos függvényekkel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Kompaktsággal és összefüggőséggel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Nevezetes halmazcsaládokkal kapcsolatos feladatok. Ekvivalens definíciók.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
A félgűrű fogalma. Félgűrűk direkt szorzata félgűrű. A valós tengely szakaszai által származtatott gűrűk és félgűrűk. A Borel-féle halmaztest.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Mértékterekkel kapcsolatos feladatok. A számlálási mérték. Az egy pontban koncentrált mérték. A Poincaré-féle formula.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Lebesgue-mérhetőség a valós tengelyen. A Cantor-féle halmaz. A Cantor-féle függvény.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Vitali példája nem Lebesgue-mérhető halmazra. Lépcsős függvényekkel és mérhető függvényekkel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Határátmenet integráljel alatt. Példák annak szemléltetésére, hogy egyszerű esetekben a határátmenet nem vihető be az integráljel alá.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
A majdnem mindenholi konvergenciával kapcsolatos feladatok. Példák Lebesgue-integrálható függvényekre, amelyek nem Riemann-integrálhatók. Minden korlátos derivált függvény Lebesgue-integrálható.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004

2. V. Anisiu: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.

3. C. Crăciun: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A hallgatóknak lehetőségük nyílik arra, hogy az előadások során szerzett ismereteket felhasználva, részt vegyenek tudományos rendezvényeken, és bekapcsolódjanak a szak tematikájához kapcsolódó kutatásokba.
 - A szak tanszékei oktató- és kutatómunkájuk révén intenzív kapcsolatban állnak e szakterületen számos neves külföldi tanszékével, és a tanterv szoros összhangban van a nemzetközi sztenderdekkel.
 - A tantárgy tartalma a szakmai egyesületek elvárásainak is megfelelnek.
- A szakmai egyesületek segítik a tehetséggondozó műhelyek munkáját is, lehetővé teszik a szakmai anyagok cseréjét, a tehetségek érvényesülésének segítését, a tehetségek felkarolását, felkutatását és az ezzel foglalkozó szervezetek tevékenységének összehangolását.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Három dolgozatok: értelmezések, bizonyítások	Írásbeli dolgozat	25%
	Végleges kollokvium: 40% feladat megoldási készség és 60% elméleti ismeretek	Írásbeli kollokvium	25%
10.5 Szeminárium / Labor	Három dolgozatok: feladatok megoldásai (a) az első felmérő az 1. fejezetbeli - Általános topológia - elméleti ismeretek és feladatokat foglalja magában (b) a második felmérő a 2-dik fejezetbeli – Mértékelmélet - elméleti ismeretek és feladatokat foglalja magában (c) a harmadik felmérő a 3-dik fejezetbeli elméleti – Integrálmélet - ismeretek és feladatokat foglalja magában	Írásbeli dolgozat	25%
	A végső jegy az (a), (b) és (c) alpontoknál elért jegyek számtani középátlója.	Írásbeli kollokvium	25%

10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

- az általános topológia elemeit alap ismerete
- a mértékelmélet elemeit alap ismerete
- az integrálmélet elemeit alap ismerete

Kitöltés dátuma: 2016, Április 2

Előadás felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Az intézeti jóváhagyás dátuma

Szeminárium felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Intézetigazgató