

## FIȘA DISCIPLINEI

### 1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca
1.2 Facultatea	Facultatea de Matematică și Informatică
1.3 Departamentul	Departamentul de matematică
1.4 Domeniul de studii	Matematică
1.5 Ciclul de studii	Licență
1.6 Programul de studiu / Calificarea	Matematică

### 2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei	Analiză matematică 3 (Calcul integral în $\mathbb{R}^n$ )						
2.2 Titularul activităților de curs	Trif Tiberiu-Vasile						
2.3 Titularul activităților de seminar							
2.4 Anul de studiu	2	2.5 Semestrul	3	2.6. Tipul de evaluare	VP	2.7 Regimul disciplinei	obligatorie

### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	Din care: 3.2 curs	2	3.3 seminar/laborator	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	Din care: 3.5 curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp:					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					30
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					14
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat					15
Examinări					15
Alte activități: .....					
3.7 Total ore studiu individual		94			
3.8 Total ore pe semestru		150			
3.9 Numărul de credite		6			

### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analiză matematică 1 (Analiza pe <math>\mathbb{R}</math>)</li> <li>Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în <math>\mathbb{R}^n</math>)</li> </ul>
4.2 de competențe	<ul style="list-style-type: none"> <li>Gândire matematică, modelare, problematizare</li> </ul>

### 5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1 De desfășurare a cursului	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sală de curs cu infrastructură adecvată</li> </ul>
5.2 De desfășurare a seminarului/laboratorului	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sală de seminar cu infrastructură adecvată</li> </ul>

## 6. Competențele specifice acumulate

<b>Competențe profesionale</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• C1.4 Recunoașterea principalelor clase/tipuri de probleme matematice și selectarea metodelor și a tehnicilor adecvate pentru rezolvarea lor</li> <li>• C2.1 Identificarea noțiunilor de bază utilizate în descrierea unor fenomene și procese</li> </ul>
<b>Competențe transversale</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CT1 Aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională</li> </ul>

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cunoașterea integralei Riemann-Stieltjes, a funcțiilor cu variație mărginită, precum și a diferitelor tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață)</li> </ul>
7.2 Obiectivele specifice	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prezentarea integralelor Riemann-Stieltjes, a unor metode de calcul al acestora, precum și a unor criterii de integrabilitate Riemann-Stieltjes</li> <li>• Prezentarea funcțiilor cu variație mărginită și a principalelor proprietăți ale acestora</li> <li>• Prezentarea diferitelor tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață), precum și a metodelor de calcul al acestora</li> </ul>

## 8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
<b>1.</b> Integrala Riemann-Stieltjes: noțiunile de integrabilitate și integrală Riemann-Stieltjes. Calculul integralelor Riemann-Stieltjes: integrarea prin părți, liniaritatea integralei Riemann-Stieltjes în raport cu prima funcție și în raport cu a doua funcție, schimbarea de variabilă în integrala Riemann-Stieltjes.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 23 – 26 pp. 28 – 29 pp. 30 – 31 [5], pp. 157 – 159 pp. 169 – 171 pp. 177 – 180
<b>2.</b> Integrala Riemann-Stieltjes: criterii de integrabilitate Riemann-Stieltjes în raport cu o funcție arbitrară (criteriile lui Heine și Cauchy). Aditivitatea integralei Riemann-Stieltjes față de interval. Criteriul lui Darboux de integrabilitate Riemann-Stieltjes a unei funcții mărginite în raport cu o funcție crescătoare.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 26 – 27 [5], pp. 160 – 168 pp. 172 – 173
<b>3.</b> Integrala Riemann-Stieltjes: integrabilitatea produsului a două funcții integrabile Riemann-Stieltjes. Reducerea calculului integralelor Riemann-Stieltjes la calculul unor integrale Riemann.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], p. 30 [5], pp. 171 – 172 pp. 227 – 229
<b>4.</b> Integrala Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$ : definiția integralei Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$ , criterii de integrabilitate Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 192 – 194 [4]

(criteriile lui Heine, Cauchy și Darboux).		
<b>5.</b> Integrala Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$ : calculul integralelor Riemann pe intervale compacte prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini). Integrala Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$ .	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 196 – 198 [4]
<b>6.</b> Integrala Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$ : calculul integralelor Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$ prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini). Schimbarea variabilelor în integralele multiple.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 196 – 198 pp. 224 – 234 pp. 329 – 335 [4]
<b>7.</b> Aplicații în fizică ale integralei Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$ : centre de greutate și momente de inerție. Funcții vectoriale cu variație mărginită: noțiunea de funcție cu variație mărginită, exemple, proprietăți ale variației totale.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 335 – 340 pp. 13 – 20 [5], pp. 18 – 27
<b>8.</b> Funcții vectoriale cu variație mărginită: aditivitatea variației totale față de interval, teorema de descompunere a lui Jordan, calculul variației totale în cazul funcțiilor de clasă $C^1$ .	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 17, 21 [5], pp. 27 – 29 [6], pp. 114 – 115
<b>9.</b> Integrale curbilinii: noțiunea de drum, exemple, drumuri echivalente, noțiunile de curbă și de curbă orientată. Forme diferențiale de gradul întâi.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 135 – 145 [6], pp. 111 – 113 pp. 126 – 128 [4]
<b>10.</b> Integrale curbilinii: integrala unei forme diferențiale de gradul întâi pe un drum (integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum) și semnificația fizică a acesteia, formula lui Green.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 205 – 213 [6], pp. 128 – 129 pp. 132 – 133 [4]
<b>11.</b> Integrale curbilinii: integrarea formelor diferențiale exacte, formula lui Leibniz-Newton, teorema lui Poincaré referitoare la integrarea formelor diferențiale exacte, aplicație la lucrul mecanic în câmpul gravitațional.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[6], pp. 129 – 131 [4]
<b>12.</b> Integrale de suprafață: noțiunea de $k$ -pânză în $\mathbf{R}^n$ , exemple, noțiunea de bord al unei pânze de suprafață, exemple, pânze echivalente, noțiunile de suprafață și de suprafață orientată.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[2], pp. 306 – 314 [4]
<b>13.</b> Integrale de suprafață: forme diferențiale de gradul doi, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe o pânză de suprafață (integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață), formula lui Stokes.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[4] [2], pp. 351 – 352
<b>14.</b> Formula lui Gauss-Ostrogradski: noțiunile de $k$ -lanț în $\mathbf{R}^n$ și de bord al unei $k$ -pânze în $\mathbf{R}^n$ , exemple, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe un 2-lanț în $\mathbf{R}^3$ , formula lui Gauss-Ostrogradski.	Expunere, conversație, demonstrație didactica problematizare	[4] [2], pp. 352 – 355
<b>Bibliografie</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>BOBOC N.: Analiză matematică. Vol. 2, Editura Universității din București, 1998.</li> <li>Colectiv al catedrei de analiză matematică a Universității București: Analiză matematică. Vol. 2, Editura didactică și pedagogică, București, 1980.</li> <li>FINTA Z.: Matematikai Analízis I, II, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 2007.</li> <li>MEGAN M.: Bazele analizei matematice. Vol. 3, Editura EUROBIT, Timișoara, 1998.</li> <li>MEGAN M.: Analiză matematică. Analiză pe dreapta reală. Vol. 2. Editura Mirton, Timișoara, 1999.</li> <li>NICULESCU C. P.: Calculul integral al funcțiilor de mai multe variabile. Teorie și aplicații. Editura Universitaria, Craiova, 2002.</li> </ol>		
<b>8.2 Seminar / laborator</b>	<b>Metode de predare</b>	<b>Observații</b>
<b>1.</b> Integrale Riemann cu parametru: formulele de derivare în raport cu parametrul, aplicații.	Conversație, problematizare	[4], pp. 257 – 287 [2], pp. 30 – 31
<b>2.</b> Probleme referitoare la integrala Riemann-Stieltjes.	Conversație,	[1], pp. 49 – 83

	problematizare	[5], pp. 3 – 10
3. Studiul integrabilității Riemann-Stieltjes a unor funcții cu ajutorul criteriilor lui Heine, Cauchy și Darboux.	Conversație, problematizare	[1], pp. 49 – 83
4. Calculul unor integrale Riemann-Stieltjes prin reducere la integrale Riemann. Calculul unor integrale duble pe dreptunghiuri.	Conversație, problematizare	[1], pp. 49 – 83 [6], pp. 84 – 85
5. Calculul unor integrale triple pe paralelipipede. Integrale duble și triple pe mulțimi simple în raport cu o axă.	Conversație, problematizare	[6], pp. 85 – 86 p. 91
6. Calculul integralelor duble cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate polare).	Conversație, problematizare	[6], pp. 87 – 91
7. Calculul integralelor triple cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate sferice, coordonate cilindrice).	Conversație, problematizare	[6], pp. 92 – 94
8. Probleme referitoare la funcții cu variație mărginită.	Conversație, problematizare	[1], pp. 5 – 44 [5], pp. 10 – 15
9. Integrala de primul tip de-a lungul unui drum: definiție, principalele rezultate teoretice, calculul unor integrale de primul tip de-a lungul unor drumuri.	Conversație, problematizare	[1], pp. 166 – 185 [2], pp. 44 – 48 [3], pp. 69 – 70
10. Integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul întâi pe drumuri concrete.	Conversație, problematizare	[1], pp. 185 – 228 [2], pp. 49 – 55 [3], pp. 70 – 73
11. Integrarea unor forme diferențiale de gradul întâi exacte. Probleme referitoare la formula lui Green.	Conversație, problematizare	[2], pp. 107 – 109 [3], p. 74
12. Integrala de primul tip pe o pânză de suprafață: definiție și semnificația fizică a acesteia, calculul unor integrale de primul tip pe pânze de suprafață concrete.	Conversație, problematizare	[2], pp. 91 – 96 [3], p. 87
13. Integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul doi pe pânze de suprafață concrete.	Conversație, problematizare	[2], pp. 101 – 104 [3], p. 88
14. Probleme referitoare la formulele integrale ale lui Stokes și Gauss-Ostrogradski.	Conversație, problematizare	[2], pp. 109 – 113
Bibliografie		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. BUCUR GH., CÂMPU E., GĂINĂ S.: Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, Vol. 3, Editura Tehnică, București, 1967.</li> <li>2. CĂTINAȘ D. et al.: Calcul integral. Culegere de probleme pentru seminarii, examene și concursuri. Editura U. T. Pres, Cluj-Napoca, 2000.</li> <li>3. DONCIU N., FLONDOR D.: Analiză matematică. Culegere de problema. Vol. 2, Editura All, București, 1998.</li> <li>4. GĂINĂ S., CÂMPU E., BUCUR GH.: Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, Vol. 2, Editura Tehnică, București, 1966.</li> <li>5. KACZOR W. J., NOWAK M. T.: Problems in Mathematical Analysis III: Integration. American Mathematical Society, 2003.</li> <li>6. TRIF T.: Probleme de calcul diferențial și integral în <math>R^n</math>, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca, 2003.</li> </ol>		

### 9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

- Tematica acestui curs (integrale Riemann-Stieltjes, funcții cu variație mărginită și diferitele tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile – integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață) este prevăzută în programul de studii al tuturor universităților importante din România și din lume. Ea constituie o parte indispensabilă a pregătirii viitorilor profesori de matematică, a viitorilor cercetători în domeniul matematicii, cât și a celor care activează în alte domenii care aplică nemijlocit metodele matematicii.

## 10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	- cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază - cunoașterea demonstrațiilor principalelor rezultate teoretice - aplicarea rezultatelor teoretice de bază la rezolvarea unor probleme concrete	Examen scris la sfârșitul semestrului	75%
10.5 Seminar/laborator	- rezolvarea unor probleme concrete cu ajutorul rezultatelor teoretice de la curs	O lucrare de control în timpul semestrului	25%
10.6 Standard minim de performanță			
<ul style="list-style-type: none"><li>• Definirea noțiunilor, enunțarea rezultatelor teoretice fundamentale și aplicarea acestora în rezolvarea de probleme simple</li><li>• Identificarea și selectarea metodelor pentru abordarea unor probleme concrete simple</li></ul>			

Data completării

Semnătura titularului de curs

Semnătura titularului de seminar

30 aprilie 2015

.....

.....

Data avizării în departament

Semnătura directorului de departament

.....

.....