

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika Kar
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika, Informatika
1.5 Képzési szint	Mesteri
1.6 Szak / Képesítés	Oktatói matematika, Komputacionális matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve		Morse elmélet és alkalmazásai					
2.2 Az előadásért felelős tanár neve			Varga György Csaba				
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve			Varga György Csaba				
2.4 Tanulmányi év	I.	2.5 Félév	II.	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező-szaktárgy

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	12
A tanulmányi idő elosztása:					Ór a
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					36
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					40
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					50
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					32
Vizsgák					6
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama		158			
3.8 A félév össz-óraszama		200			
3.9 Kreditszám		8			

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nincsen</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>differenciálegyenletek, homologikus algebra és algebrai topologia, Szoboljev terek</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektossal felszerelt előadó</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektossal felszerelt előadó</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Differenciálható sokaságok elmélete</li> <li>• Algebrai topologia elemei</li> <li>• Nemlineáris parciális differenciálegyenletek gyenge megoldásainak létezésének tanulmányozása</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Algebrai topologia elemei</li> <li>• Nemlineáris operátorok elmélete</li> <li>• Differenciálegyenletek kvalitatív tanulmányozása</li> <li>• Kritikuspontok elmélete</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<p>Jelen előadás célja azon algebrai topologia, kritikus pontok elméleti illetve Morse elméleti alapok elsajátítása amelyeket alkalmazni lehet a variációs számításban és a parciális differenciálegyenletek elméletében. Ezen kereten belül a diákok elsajátítják a homotopia és kohomologia elmélet fontosabb tulajdonságait. Itten megemlítjük az Alexander-Spanier kohomologia elméletet, a príncipális fibrálásokat valamint a kohomologikus indexet és ennek a tulajdonságait. A következőkben a kritikus elmélet néhány elemét mutatjuk be, vagyis az első és második deformációs lemmát valamint az ebből következő minimax elveket. Ezekután bevezetjük a kritikus csoport fogalmát és tanulmányozzuk ezek fontosabb tulajdonságait. Továbbá bemutatjuk a homotopikus és a kohomologikus index fogalmát. A homotopikus és a kohomologikus index fogalmát felhasználva nem-triviális kritikus pontok létezését mutatjuk ki. Ezekután a kritikus pontok multiplicitását vizsgáljuk, amelyek egy Banach terén illetve egy Finsler sokaságon vannak értelmezve. Felhasználva ezeket a fogalmakat <math>p</math>-kvázilineáris feladatok sajátértékeit tanulmányozzuk <math>p</math>-szublineáris, <math>p</math>-szuperlineáris és aszimptotikusan <math>p</math>-lineáris rezonancia és nem-rezonancia feladatokat tanulmányozunk. Külön fejezetet szentelünk a Dancer-Fucik spektrum tanulmányozásának. A diákok az elsajátított ismereteket és módszereket felhasználhatják az oktatásban és a kutatásban.</p>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Azon ismeretek elsajátítása, amelyek szükségesek a nemlineáris parciális differenciálegyenletek tanulmányozásában</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Szoboljev terek - A Szoboljev terek értelmezése - Beágyazási tulajdonságok	Előadás	[3]
2. Integrálfunkcionálok - Integrálfunkcionálok - Integrálfunkcionálok deriváltja	Előadás	[1], [2]
3. Feladatok megfogalmazása - gyenge megoldás fogalma - példák p-Laplace operátorokra	Előadás	[1], [2]
4. Algebra topologiai fogalmak I - homotópia fogalma - direkt limeszek	Előadás	[4]
5. Algebra topologiai fogalmak II - fibrálások - kohomologikus index	Előadás	[4]
6. Deformációs tételek - első deformációs lema - második deformációs lema	Előadás	[1], [2]
7. Kritikus csoprtok - kritikus csoprtok értelmezése és a tulajdonságai - homotopikusan és kohomologikusan kapcsolt halmazok	Előadás	[1], [2]
8. Nemtriviális kritikus pontok - Mountain Pass típusu pontok - A három kritikuspont tétele - lokális kohomologikus felbontások	Előadás	[1], [2]
9. Finsler sokaságok és deformációs tételek	Előadás	[1], [2]

10. Páros funkcionálok - multiplicitási tételek - pszeudo-indexek	Előadás	[1], [2]
11. Funkcionálok Finsler sokaságokon - deformációs tételek - multiplicitási tételek	Előadás	[1], [2]
12. $p$ -Laplace típusú egyenletek - lokális kohomologikus megoldások - a sajátértékek metszései	Előadás	[1]
13. Dancer-Fucik spektrum - a Dancer-Fucik spectrum értelmezése - görbecsaládok a spektrumban	Előadás	[1], [2]
14. A kritikus csoportok homotopikus invarianciája - perturbálások és ezen megoldásainak létezése	Előadás	[1], [2]

### **Könyvészet**

1. K. Perera, R.P. Agarwal, Donal O'Regan, Morse theoretic Aspects of  $p$ -Laplaccian Operators, AMS, 2010.
2. K.-C. Chang, Infinite Dimensional Morse Theory and Multiple Solution Problems, Birkhauser Boston 1993.
3. R. A. Adams, Sobolev Space. Academic Press, 1975.
4. E. Spanier, Algebraic Topology, McGraw-Hill Book, 1966.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Uniform Banach terek	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[3]
2. A Szoboljev terek uniform konvexitása	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[3]
3. Példák integrálfunkcionálokra	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[1], [3]

4. Hányados topológiák	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
5. Lánckomplexusok	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
6. Egzakt sorok	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[5]
7. Differenciálegyenletek Banach tereken	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4]
8. Pszeudo-gradiens vektormezők szerkesztése	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4], [6]
9. Példák homotopikusan és kohomologikusan kapcsolt halmazokra	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[6]
10. Dancer-Fucik spectrum tulajdonságai	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[6]
11. Multiplicitási tételek	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	[4], [6]
12. egyéni projektet bemutatása (I)	Feladatok megoldása, problematizálás, beszélgetés	
13. egyéni dolgozat bemutatása (II)	Előadás, beszélgetés	
14. egyéni dolgozat bemutatása (III)	Előadás, beszélgetés	
<b>Könyvészet</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Alberto Abbondandolo, Morse theory for Hamiltonian systems, CHAPMAN &amp; HALL/CRC, 2001.</li> <li>2. Matthias Schwarz, Morse Homology, Birkhäuser, 1993.</li> <li>3. Haim Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2010.</li> <li>4. W. Zou, M. Schechter, Critical point theory and its applications, Spinger, 2006.</li> <li>5. E. Spanier, Algebraic Topology, McGraw-Hill Book, 1966.</li> <li>6. K. Perera, R.P. Agarwal, Donal O'Regan, Morse theoretic Aspects of p-Laplaccian Operators, AMS, 2010.</li> </ol>		

**9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.**

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott Morse elmélet tartalmával.
- A tárgy segítséget nyújt az algebrai topologia eszközeinek a parciális differenciálegyenletek tanulmányozásában.
- Az előadások során megismert eszközök jobb megértésében segít.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és alaptételek ismerete	Félév végi szóbeli vizsga	40%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Szemináriumi tevékenység	30%
		Egyéni dolgozat bemutatása	30%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"><li>• Algebrai topologia elemeinek az ismerete</li><li>• Banach és Szoboljev terek elméletének ismerete</li><li>• Differenciálegyenletek Banach terekben</li><li>• Kritikus csoportok fogalma</li><li>• Tudjon megoldani egyszerűbb feladatokat minden fejezetből.</li></ul>			

Kitöltés dátuma

2013 április 30

Az intézeti jóváhagyás dátuma

.....

Előadás felelőse

Varga György Csaba

Szeminárium felelőse

Varga György Csaba

Intézetigazgató

Szenkovits Ferenc