

Babeş–Bolyai Tudományegyetem Kolozsvár
Matematikai és Informatikai Kar
2006-2007 tanév, .1. félév

I. A tantárgy adatai

A tantárgy neve: ANALITIKUS FÜGGVÉNYEK GEOMETRIAI ELMÉLETE

Kód: MT030

Kreditszám: 4

Hol tartják:

Mikor tartják:

II. Az oktatók adatai

Előadás

Név, tudományos cím: BULBOACĂ Teodor, Prof. Dr.

Elérhetőség (e-mail, telefon): bulboaca@math.ubbcluj.ro

Fogadóóra: 2 óra hetente

Szeminárium

Név, tudományos cím: BULBOACĂ Teodor, Prof. Dr.

Elérhetőség (e-mail, telefon): bulboaca@math.ubbcluj.ro

Fogadóóra: 2 óra hetente

Laboratórium

Név, tudományos cím: -

Elérhetőség (e-mail, telefon): -

Fogadóóra: -

III. A tantárgy leírása:

A tantárgy célja mélyebb ismeretek elsajátítása az egyváltozós komplex függvények elméletében, fontosabb egyrétű függvényosztályok bemutatásával, amelyeket nevezetes mértani tulajdonságokra alapozva értelmezünk. Ezen ismeretek alkalmazása a konformis leképezések témakörében.

A tantárgy tanulása során elsajátítandó készségek:

- (a) a mértani tulajdonságok alapján értelmezett analitikus függvényosztályok ismeretének szükségessége és fontossága
- (b) tudja meghatározni, hogy egy bizonyos függvény melyik osztályhoz tartozik, ismerje a deformáció, a csillagszerűségi és konvexitási sugár kiszámítási eljárását
- (c) a differenciál alárendelések elméletének ismerete, illetve a komplex síkbeli diffeomorfizmus elégséges feltételeit tudja meghatározni
- (d) annak felfedezése, hogy különleges módszerekkel nehéz feladatok is könnyen megoldhatóak.

IV. Kötelező könyvészet:

1. BULBOACĂ, TEODOR – MOCANU, PETRU : *Bevezetés az analitikus függvények geometriai elméletébe*, Editura Abel, Cluj-Napoca, 2003.

2. MOCANU, PETRU – BULBOACĂ, TEODOR – SĂLĂGEAN, GR. ȘTEFAN : *Teoria geometrică a funcțiilor univalente*, Editura Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1999.

V. Az oktatásban használt eszközök:

Azon diákok, akik mélyebb ismereteket szeretnének szerezni egy hasznos matematikai software alkalmazásában, opcionálisan választhatják a MAPLE program 8, 9, vagy 10-es változatait. Ez a program alkalmazható a konformis leképezések megjelenítésére, kiemelve a tanulmányozott függvények mértani tulajdonságait.

VI. A tevékenységek és ellenőrzések/részleges vizsgák órarendje:

A tantárgy keretein belül tárgyalt témakörök:

1. Egyrétű függvények. Klasszikus eredmények. (6 óra)

- A terület tétele. Lefedési tétel az S függvényosztályra nézve (Koebe, Bieberbach). Lefedési tétel a Σ függvényosztályra nézve.

- Deformáció tétel (Koebe, Bieberbach). Az S függvényosztály kompaktsága. Bieberbach sejtése.

2. Analitikus függvények pozitív valós résszel. Alárendelés. (6 óra)

- Integrál reprezentáció. Herglotz képlete. Herglotz tételei.

- Stiltjes integrálreprezentációk. Carathéodory tétele.

- Korlátozási tételek olyan holomorf függvényekre, amelyeknek valós részük pozitív.

- Alárendelések; Lindelöf alárendelési elve. Sakaguchi-féle lemma.

3. Speciális egyrétű függvényosztályok. (12 óra)

- Csillagszerű függvények. Csillagszerűségi sugár. Korlátozási tétel az S^* -ban levő függvények együtthatóira nézve. Az S^* függvényhalmaz struktúráképlete.

- Konvex függvények. Alexander dualitás-tétele. A K osztály kompaktsága. Konvexitási sugár.

- Alfa-konvex függvények. Az α -konvex függvények csillagszerűségi tétele. Dualitási tétel az α -konvex függvényekre nézve. α -konvexitási sugár. Korlátozási tételek (Miller).

- Majdnemkonvex függvények. Noshiro, Warschawski és Wolff egyrétűségi kritériuma. Ozaki és Kaplan egyrétűségi kritériuma. A majdnemkonvex függvényosztály jellemzési tétele (Kaplan). Kívülről elérhető lineáris tartományok.

- Tipikusan valós függvények. A tipikusan valós függvényosztály jellemzési tétele. Dualitás-tétel. Korlátozási tétel az S_R osztályban levő függvények együtthatóira vonatkozóan. Következmény (Aksentiev). Egyrétűségi feltételek meromorf függvények esetében. Aksentiev tétele. Csillagszerűségi és konvexitási feltételek meromorf függvények esetében.

4. Diffeomorfizmus feltételek a komplex síkban. (6 óra)

- C^1 osztályú, általánosított spirális függvények. Általános tételek, sajátos esetek.

- Nemanalitikus α -konvex függvények. Segédtelemek. Nemanalitikus α -konvex függvények csillagszerűségi tétele. Példák.

- C^1 osztályú függvények és refrakció elve.

VII. Az értékelés módja:

A egyetemisták értékelése az alábbi módon történik:

(a) félévénként két felmérő dolgozat írása, az alábbiak szerint:

- az első felmérő az 1. és 2-dik fejezetbeli feladatokat foglalja magában

- a második felmérő a 3-dik és 4-dik fejezetbeli feladatokat foglalja magában

(b) írásbeli vizsga, a következő összetételben: 40% feladat megoldási készség és 60% elméleti ismeretek.

A végső jegy az (a) és (b) alpontoknál elért jegyek számtani középáránysa.

VIII. Szervezési kérdések, a különleges esetek kezelése:

A szemináriumokon való jelenlét kötelező. A vizsgán való részvétel feltétele az, hogy a diák a két felmérőből legalább egyen megjelenjen.

Az írásbeli dolgozatnál a diákok nem használhatnak semmiféle segédanyagot.

A felmérők eredményeinek közzététele a felmérő dolgozat megírásától számítva egy héten belül történik, a megfellebbezett felmérők újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik. Az írásbeli vizsga eredményét a dolgozatok kijavítása után ugyan azon a napon közöljük, a megfellebbezett dolgozat újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik.

Észlelt kihágások esetén, az illető felmérő dolgozat nem érvényes. Az írásbeli vizsgán észlelt kihágások esetén, a vizsga nem érvényes.

IX. Ajánlott, de nem kötelező könyvészet:

A következő könyvészeti anyag, megtalálható a Matematika - Informatika kar könyvtárában:

1. BULBOACĂ, TEODOR : *Differential subordinations and superordinations. New Results*, Editura Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1999.
2. GOLUZIN, G. M. : *Geometric theory of functions of a complex variable*, Trans. Math. Mon., Amer. Math. Soc., 1969.
3. GOODMAN, A. W. : *Univalent functions* (vol. I, II), Mariner Publishing Co., Tampa, 1983.
4. GRAHAM, IAN – KOHR, GABRIELA : *Geometric function theory in one and higher dimensions*, M. Dekker, 2003.
5. DUREN, P. L. : *Univalent functions*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1984.
6. MOCANU, PETRU – MILLER, S. SANFORD : *Differential Subordinations. Theory and Applications*, M. Dekker, 2000.