

FELVÉTELI 2025
MATEMATIKA írásbeli próba

FONTOS MEGJEGYZÉS: A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelölnön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2x & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ x & 0 & 3 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in \mathbb{R}$. Ha $\det(A(x)) = 16$, akkor az x lehetséges értéke

☐ A -1 ;

☐ B 1 ;

☐ C 2 ;

☐ D -2 .

2. Az $A(1, 3)$ és $C(3, -2)$ az $ABCD$ rombusz két szemben fekvő csúcsa. A BD átló egyenlete

☐ A $4x - 10y + 1 = 0$;

☐ B $4x - 10y - 3 = 0$;

☐ C $10x + 4y - 22 = 0$;

☐ D $10x + 4y + 5 = 0$.

3. Adott a $P(X) = X^3 - aX^2 - 3X + a^2 + 2$ polinom, ahol a egy valós paraméter. Ha $P(3) = 0$, akkor az a összes lehetséges értékének összege

☐ A 8 ;

☐ B 9 ;

☐ C 20 ;

☐ D -20 .

4. Az $x, y \neq 0$ valós számok esetén értelmezzük az

$$x \star y = \frac{x-1}{y} - \frac{y-1}{x}$$

kifejezést. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A Ha $x \star y = 0$, akkor $x = y$.

☐ B $x \star y \in \mathbb{R}^*$, minden $x, y \in \mathbb{R}^*$ esetén.

☐ C Léteznek $x, y \in \mathbb{R}^*$ úgy, hogy $x \star y \neq y \star x$.

☐ D $1 \star (2 \star 3) = \frac{5}{3}$.

5. Ha az $a, b \in (0, 1)$ valós számokra fennáll a $\log_a b > \log_b a$ egyenlőtlenség, akkor

☐ A $\log_a b > 0$;

☐ B $\log_b a < 0$;

☐ C $a > b$;

☐ D $b > a$.

6. Ha $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ és $\cos x = -\frac{4}{5}$, akkor a $\sin(2x)$ kifejezés értéke

☐ A $-\frac{24}{25}$;

☐ B $\frac{24}{25}$;

☐ C $-\frac{7}{25}$;

☐ D $\frac{7}{25}$.

7. Adottak egy Descartes-féle koordináta-rendszer $\vec{i}$ és $\vec{j}$ egységvektorai, illetve legyen m egy valós szám. Az $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{j}$ és $\vec{v} = m\vec{i} + \vec{j}$ vektorok által alkotott szög hegyesszög, ha

☐ A $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$;

☐ B $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$;

☐ C $m > 3$;

☐ D $m < 3$.

8. Az x együtthatója a

$$\left(2\sqrt[3]{x} + 3\frac{1}{\sqrt[6]{x}}\right)^6$$

binom kifejtésében:

☐ A 1080;

☐ B 2160;

☐ C 3240;

☐ D 4320.

9. Az $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{ha } x \in [0, 1] \\ 0, & \text{ha } x \in [-2, 2] \setminus [0, 1] \end{cases}$$

képlettel értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A Az f függvény folytonos a $[-2, 2]$ intervallumon.

☐ B Az f függvény deriválható a 0 pontban.

☐ C Az f függvény páratlan.

☐ D Az f függvény integrálható a $[-2, 2]$ intervallumon és $\int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{1}{4}$.

10. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyet az $f(x) = \ln x - \ln^2 x, \forall x > 0$ képlettel értelmezzük. Azon pont abszcisszája, amelyben az f grafikus képéhez húzott érintő párhuzamos az Ox -tengellyel:

☐ A $\frac{1}{e^2}$;

☐ B e^2 ;

☐ C $\frac{1}{\sqrt{e}}$;

☐ D $\sqrt{e}$.

11. A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$ határérték

☐ A $\frac{1}{2}$;

☐ B $-\frac{1}{2}$;

☐ C 0;

☐ D ∞ .

12. Adott az $A = \{p \in \mathbb{R} \mid \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^p \arctg x \in (0, \infty)\}$ halmaz. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A Az A halmaz véges.

☐ B Az A halmaz végtelen.

☐ C $A = \emptyset$.

☐ D $A \subseteq \mathbb{Q}$.

13. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok. Ha az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixra teljesül az $AX - XB = 4I_2$ egyenlőség, akkor az X mátrix összes elemének összege

☐ A 1;

☐ B 2;

☐ C 3;

☐ D 0.

14. Ha a z komplex szám esetén fennáll a $(2 + i)z + (1 - 3i)\bar{z} = 2 - 3i$ egyenlőség, akkor az $|z|$ értéke

☐ A $\sqrt{2}$;

☐ B $\sqrt{5}$;

☐ C 3;

☐ D $2\sqrt{2}$.

15. Adottak az $A(2, 0)$ és $B(-2, 2)$ pontok, illetve a $d : x + y - 3 = 0$ egyenes. Ha C a d egyenes azon pontja, amelyre az ABC háromszög területe egyenlő 2-vel, akkor a C pont koordinátái szorzatának lehetséges értéke

☐ A -18;

☐ B -8;

☐ C -2;

☐ D 2.

16. Az ABC háromszög oldalainak hossza $BC = \sqrt{37}$, $AC = 7$, $AB = 4$. Jelölje R a háromszög köré írt kör sugarát. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A $\hat{A} = 30^\circ$;

☐ B $\hat{A} = 60^\circ$;

☐ C $R = \frac{\sqrt{111}}{3}$;

☐ D $R = \frac{\sqrt{74}}{2}$.

17. Adottak az ABC háromszög és az M, N pontok úgy, hogy $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ és $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Ha G -vel jelöljük az ABC háromszög súlypontját, akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$.

☐ B $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

☐ C $\overrightarrow{NM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{20}\overrightarrow{AC}$.

☐ D Az M, N, G pontok kollineárisak.

18. A $[0, 2\pi]$ intervallumból hány valós szám teljesíti a $\operatorname{tg} x + \sin 2x = 3 \sin x$ egyenletet?

☐ A 2;

☐ B 3;

☐ C 4;

☐ D 5.

19. Egy derékszögű ABC háromszög átfogójának két végpontja A és B . Az A pont koordinátái $(2, -2)$, míg a B pont ordinátája 4. Az egyik befogó egyenlete $x + y = 10$. A BC befogó hossza

☐ A 2;

☐ B $\sqrt{3}$;

☐ C $\sqrt{2}$;

☐ D 1.

20. Adott az $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyet az $f(x) = \sin x - e^{-x}, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ képlettel értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A Az f függvény szigorúan monoton a $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ intervallumon.

☐ B Az f függvény konkáv a $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ intervallumon.

☐ C Minden $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ esetén fennáll az $f(x) \geq 0$ egyenlőtlenség.

☐ D Az $f(x) = 0$ egyenletnek pontosan egy megoldása van a $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ intervallumban.

21. Az $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}}$ integrál:

☐ A $\frac{\pi}{12}$;

☐ B $\frac{\pi}{3}$;

☐ C $\frac{\pi}{6}$;

☐ D $\ln \sqrt{\frac{3}{4}}$.

22. A $(g_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány tagjaira teljesülnek a $g_2 + g_4 = 10$ és $g_1 + g_2 + g_3 = 7$ összefüggések. A haladvány g_3 tagjának értéke

☐ A 2;

☐ B 4;

☐ C 8;

☐ D 16.

23. Minden $a > 1$ valós számra bevezetjük az $I(a) = \int_1^a \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$ jelölést. A $\lim_{a \rightarrow \infty} I(a)$ határérték

☐ A $\frac{\pi}{4} + 2 \ln 2$;

☐ B $\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$;

☐ C $\frac{\pi}{4} + \ln \sqrt{2}$;

☐ D $\frac{\pi}{4} + \ln 2$.

24. A $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n}{\sqrt{1}} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n}}}{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}$ határérték

☐ A 1;

☐ B 2;

☐ C 3;

☐ D ∞ .

Helyes válaszok

FELVÉTELI VIZSGA, 2025 július

MATEMATIKA írásbeli próba

1. ☐ C, ☐ D
2. ☐ B
3. ☐ B
4. ☐ C, ☐ D
5. ☐ A, ☐ C
6. ☐ B
7. ☐ B, ☐ C
8. ☐ B
9. ☐ B, ☐ D
10. ☐ D
11. ☐ A
12. ☐ A, ☐ D
13. ☐ C
14. ☐ B
15. ☐ A, ☐ D
16. ☐ B, ☐ C
17. ☐ A, ☐ C, ☐ D
18. ☐ D
19. ☐ C
20. ☐ A, ☐ B, ☐ D
21. ☐ C
22. ☐ B
23. ☐ C
24. ☐ C