BABEŞ-BOLYAI-UNIVERSITÄT CLUJ-NAPOCA
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK

ZULASSUNG 2025
Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

WICHTIGER HINWEIS: Die gestellten Aufgaben können eine oder mehrere richtige Antworten haben, die der Kandidat auf dem dafür vorgesehenen Formular vom Prüfungsblatt angeben muss. Die Bewertung der gegebenen Antworten erfolgt nach dem in der Prüfungsordnung festgesetzten Benotungssystem.

1. Es sei $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2x & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ x & 0 & 3 \end{pmatrix}$, wobei $x \in \mathbb{R}$. Ist $\det(A(x)) = 16$, dann kann der Wert von x

[A] -1; [B] 1; [C] 2; [D] -2

sein.

2. Im Rhombus $ABCD$ sind $A(1, 3)$ und $C(3, -2)$ gegenüberliegende Eckpunkte. Die Gleichung der Diagonale BD ist

[A] $4x-10y+1 = 0$; [B] $4x-10y-3 = 0$; [C] $10x+4y-22 = 0$; [D] $10x+4y+5 = 0$.

3. Gegeben sei das Polynom $P(X) = X^3 - aX^2 - 3X + a^2 + 2$, wobei a ein reeller Parameter ist. Die Summe aller möglichen Werte von a, für die $P(3) = 0$ ist, beträgt

[A] 8; [B] 9; [C] 20; [D] -20.

4. Für die reellen Zahlen $x, y \neq 0$ definiert man den Ausdruck

$$x \star y = \frac{x-1}{y} - \frac{y-1}{x}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

[A] Ist $x \star y = 0$, dann gilt $x = y$.
[B] $x \star y \in \mathbb{R}^*$, für alle $x, y \in \mathbb{R}^*$.
[C] Es gibt $x, y \in \mathbb{R}^*$, so dass $x \star y \neq y \star x$.
[D] $1 \star (2 \star 3) = \frac{5}{3}$.

5. Gilt für die reellen Zahlen $a, b \in (0, 1)$ die Ungleichung $\log_a b > \log_b a$, dann ist

[A] $\log_a b > 0$; [B] $\log_b a < 0$; [C] $a > b$; [D] $b > a$.

6. Sind $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ und $\cos x = -\frac{4}{5}$, dann ist $\sin(2x)$ gleich mit

[A] $-\frac{24}{25}$; [B] $\frac{24}{25}$; [C] $-\frac{7}{25}$; [D] $\frac{7}{25}$.

7. Es seien $\vec{i}$ und $\vec{j}$ die Einheitsvektoren eines kartesischen Koordinatensystems und m eine reelle Zahl. Der von den Vektoren $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{j}$ und $\vec{v} = m\vec{i} + \vec{j}$ gebildete Winkel ist spitz, falls

[A] $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$; [B] $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$; [C] $m > 3$; [D] $m < 3$.

8. Der Koeffizient von x in der Entwicklung des Binoms

$$\left(2\sqrt[3]{x}+3\frac{1}{\sqrt[6]{x}}\right)^6$$

ist

[A] 1080; [B] 2160; [C] 3240; [D] 4320.

9. Es sei $f\colon [-2,2] \to \mathbb{R}$ die wie folgt definierte Funktion

$$f(x)=\begin{cases} x^3, & \text{falls } x \in [0,1] \\ 0, & \text{falls } x \in [-2,2]\setminus[0,1]. \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

[A] f ist auf $[-2,2]$ stetig. [B] f ist im Punkt 0 differenzierbar.

[C] f ist ungerade. [D] f ist auf auf $[-2,2]$ integrierbar und $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}$.

10. Gegeben sei die Funktion $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x)=\ln x - \ln^2 x, \forall x>0$. Die Abszisse des Punktes, in dem die Tangente an den Graphen von f parallel zur Ox-Achse ist, beträgt

[A] $\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; [B] e^2; [C] $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$; [D] $\sqrt{\mathrm{e}}$.

11. Der Grenzwert $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ beträgt

[A] $\frac{1}{2}$; [B] $-\frac{1}{2}$; [C] 0; [D] ∞.

12. Gegeben sei die Menge $A=\{p\in\mathbb{R} \mid \lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x^p \operatorname{arctg} x \in (0,\infty)\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

[A] Die Menge A ist endlich. [B] Die Menge A ist unendlich.

[C] $A=\emptyset$. [D] $A\subseteq\mathbb{Q}$.

13. Es seien $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ und $B=\begin{pmatrix}2&0\\1&3\end{pmatrix}$. Genügt die Matrix $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ der Bedingung $AX-XB=4I_2$, dann beträgt die Summe aller Elemente der Matrix X

[A] 1; [B] 2; [C] 3; [D] 0.

14. Erfüllt die komplexe Zahl z die Bedingung $(2+i)z+(1-3i)\overline{z}=2-3i$, dann ist $|z|$ gleich mit

[A] $\sqrt{2}$; [B] $\sqrt{5}$; [C] 3; [D] $2\sqrt{2}$.

15. Gegeben seien die Punkte $A(2,0)$, $B(-2,2)$ sowie die Gerade $d: x+y-3=0$. Hat ein Punkt C der Gerade d die Eigenschaft, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC den Wert 2 beträgt, dann kann das Produkt der Koordinaten des Punktes C

[A] -18; [B] -8; [C] -2; [D] 2

sein.

16. Im Dreieck ABC seien $BC=\sqrt{37}$, $AC=7$, $AB=4$ und R der Radius des Umkreises. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

[A] $\widehat{A}=30°$. [B] $\widehat{A}=60°$. [C] $R=\frac{\sqrt{111}}{3}$. [D] $R=\frac{\sqrt{74}}{2}$.

17. Gegeben seien das Dreieck ABC und die Punkte M, N, so dass $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Sei G der Schwerpunkt des Dreiecks ABC. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$.

B $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

C $\overrightarrow{NM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{20}\overrightarrow{AC}$.

D Die Punkte M, N, G sind kollinear.

18. Wie viele reelle Zahlen aus dem Intervall $[0, 2\pi]$ genügen der Gleichung $\operatorname{tg} x + \sin 2x = 3\sin x$?

A 2; B 3; C 4; D 5.

19. Die Punkte A und B sind die Endpunkte der Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ABC. Die Koordinaten des Punktes A sind $(2, -2)$ und 4 ist die Ordinate des Punktes B. Die Gleichung einer der Katheten ist $x + y = 10$. Die Länge der Kathete BC beträgt

A 2; B $\sqrt{3}$; C $\sqrt{2}$; D 1.

20. Es sei $f\colon \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ die durch $f(x) = \sin x - \mathrm{e}^{-x}, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, definierte Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A f ist auf dem Intervall $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ streng monoton.

B f ist auf dem Intervall $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ konkav.

C Für alle $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ gilt die Ungleichung $f(x) \geq 0$.

D Die Gleichung $f(x) = 0$ hat genau eine Lösung im Intervall $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

21. Das Integral $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}}$ beträgt

A $\frac{\pi}{12}$; B $\frac{\pi}{3}$; C $\frac{\pi}{6}$; D $\ln\sqrt{\frac{3}{4}}$.

22. Es sei $(g_n)_{n\geq 1}$ eine geometrische Folge mit $g_2 + g_4 = 10$ und $g_1 + g_2 + g_3 = 7$. Das Glied g_3 ist gleich mit

A 2; B 4; C 8; D 16.

23. Für jede reelle Zahl $a > 1$ sei $I(a) = \displaystyle\int_1^a \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\,\mathrm{d}x$. Der Grenzwert $\lim\limits_{a\to\infty} I(a)$ beträgt

A $\frac{\pi}{4} + 2\ln 2$; B $\frac{\pi}{4} - \ln\sqrt{2}$; C $\frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2}$; D $\frac{\pi}{4} + \ln 2$.

24. Der Grenzwert $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{\sqrt{1}} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n}}}{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{n}}$ beträgt

A 1; B 2; C 3; D ∞.

BABEŞ-BOLYAI-UNIVERSITÄT CLUJ-NAPOCA
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK

Richtige Antworten

ZULASSUNG, Juli 2025

Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

1. $\boxed{\mathbf{C}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
2. $\boxed{\mathbf{B}}$
3. $\boxed{\mathbf{B}}$
4. $\boxed{\mathbf{C}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
5. $\boxed{\mathbf{A}}$, $\boxed{\mathbf{C}}$
6. $\boxed{\mathbf{B}}$
7. $\boxed{\mathbf{B}}$, $\boxed{\mathbf{C}}$
8. $\boxed{\mathbf{B}}$
9. $\boxed{\mathbf{B}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
10. $\boxed{\mathbf{D}}$
11. $\boxed{\mathbf{A}}$
12. $\boxed{\mathbf{A}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
13. $\boxed{\mathbf{C}}$
14. $\boxed{\mathbf{B}}$
15. $\boxed{\mathbf{A}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
16. $\boxed{\mathbf{B}}$, $\boxed{\mathbf{C}}$
17. $\boxed{\mathbf{A}}$, $\boxed{\mathbf{C}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
18. $\boxed{\mathbf{D}}$
19. $\boxed{\mathbf{C}}$
20. $\boxed{\mathbf{A}}$, $\boxed{\mathbf{B}}$, $\boxed{\mathbf{D}}$
21. $\boxed{\mathbf{C}}$
22. $\boxed{\mathbf{B}}$
23. $\boxed{\mathbf{C}}$
24. $\boxed{\mathbf{C}}$