

FELVÉTELI 2025
MATEMATIKA írásbeli próba

FONTOS MEGJEGYZÉS: A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelöljön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & x & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ x & 0 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in \mathbb{R}$. Ha $\det(A(x)) = 6$, akkor az x lehetséges értéke

☐ A -2 ;

☐ B 2 ;

☐ C $-\frac{3}{2}$;

☐ D 1 .

2. Az $M(1, 1)$ pont az $ABCD$ négyzet szimmetria-középpontja. Ha a B csúcs koordinátái $(3, 2)$, akkor az AC átló egyenlete

☐ A $2x - y - 1 = 0$;

☐ B $2x + y - 3 = 0$;

☐ C $x + 2y - 1 = 0$;

☐ D $x - 2y + 1 = 0$.

3. Adott a $P(X) = X^3 + aX^2 - 5X + a^2 - 3$ polinom, ahol a egy valós paraméter. Ha $P(2) = 0$, akkor az a összes lehetséges értékének összege

☐ A -6 ;

☐ B -4 ;

☐ C 4 ;

☐ D 6 .

4. Az $x, y \neq 0$ valós számok esetén értelmezzük az

$$x \star y = \frac{x+1}{y} + \frac{y+1}{x}$$

kifejezést. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A $x \star y \in \mathbb{R}^*$, minden $x, y \in \mathbb{R}^*$ esetén.

☐ B $x \star y = y \star x$, minden $x, y \in \mathbb{R}^*$ esetén.

☐ C $1 \star (2 \star 3) = \frac{14}{3}$.

☐ D Létezik $e \in \mathbb{R}^*$ úgy, hogy $x \star e = x$, minden $x \in \mathbb{R}^*$ esetén.

5. Ha az $a, b \in (0, 1)$ valós számokra fennáll az $a^b > b^a$ egyenlőtlenség, akkor

☐ A $\ln a < \ln b$;

☐ B $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b}$;

☐ C $a > b$;

☐ D $b > a$.

6. Ha $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ és $y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ úgy, hogy $\sin x = \frac{5}{13}$ és $\sin y = \frac{3}{5}$, akkor a $\cos(x+y)$ kifejezés értéke

☐ A $-\frac{33}{65}$;

☐ B $-\frac{16}{65}$;

☐ C $-\frac{63}{65}$;

☐ D $\frac{56}{65}$.

7. Az ABC háromszög oldalainak hossza $AB = 4$, $AC = 6$ és $BC = 8$. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A $\cos A = -\frac{1}{4}$;

☐ B $\cos A = \frac{1}{2}$;

☐ C $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -12$;

☐ D $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -6$.

8. Ha az n természetes szám teljesíti az $5C_{n+3}^n = A_{n+2}^3$ összefüggést, akkor n értéke

- ☐ A 15; ☐ B 16; ☐ C 17; ☐ D 18.

9. Minden $a \in [-2, 2]$ esetén értelmezzük az

$$S_n(a) = \frac{a}{2} + \frac{a^2}{2^2} + \cdots + \frac{a^n}{2^n}, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

sorozatot. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- ☐ A $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(a) = \frac{a}{2-a}$, minden $a \in (-2, 2)$ esetén.
☐ B Az $(S_n(a))_{n \geq 1}$ sorozat korlátos, minden $a \in [-2, 2]$ esetén.
☐ C Az $(S_n(a))_{n \geq 1}$ sorozat szigorúan növekvő, minden $a \in [0, 2]$ esetén.
☐ D $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_n(2) + S_n(-2)} = 0$.

10. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyet az $f(x) = ax \ln x - 3x$ képlettel értelmezzük. Ha az $x = \sqrt{e}$ pont az f függvény globális minimumpontja, akkor az a értéke

- ☐ A 1; ☐ B 2; ☐ C 3; ☐ D $\frac{3}{2}$.

11. A $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1}$ határérték:

- ☐ A $\frac{3}{4}$; ☐ B $\frac{1}{4}$; ☐ C $\frac{1}{8}$; ☐ D $\frac{3}{8}$.

12. Adott az $A = \{p \in \mathbb{R} \mid \lim_{x \rightarrow \infty} x^p \arctg x \in (0, \infty)\}$ halmaz. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- ☐ A Az A halmaz végtelen.
☐ B Az A halmaz véges.
☐ C $A = \emptyset$.
☐ D $A \subseteq \mathbb{Q}$.

13. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok. Ha az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixra teljesül az $AX + XB = 3I_2$ egyenlőség, akkor az X mátrix összes elemének összege

- ☐ A 1; ☐ B 2; ☐ C 3; ☐ D 4.

14. Ha a z komplex szám esetén fennáll a $(3+i)z + (1-2i)\bar{z} = 11-4i$ egyenlőség, akkor az $|z|$ értéke

- ☐ A 5; ☐ B 3; ☐ C $\sqrt{5}$; ☐ D $\sqrt{3}$.

15. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány tagjaira teljesülnek az $a_5 + a_{10} = 70$ és $a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} = 600$ összefüggések. A haladvány a_3 tagjának értéke

- ☐ A -10; ☐ B 0; ☐ C 10; ☐ D -20.

16. Az $ABCD$ téglalap AB oldala az $5x + 12y - 2 = 0$ egyenletű egyenesen fekszik és a BC oldal hossza 2. Az alábbi egyenesek közül melyik tartalmazhatja a téglalap CD oldalát?

- ☐ A $d_1 : 5x + 12y + 10 = 0$;
☐ B $d_2 : 5x + 12y - 36 = 0$;
☐ C $d_3 : 5x + 12y + 24 = 0$;
☐ D $d_4 : 5x + 12y - 28 = 0$.

17. Egy rombusz területe 18 és oldalhossza 6. A rombusz hegyesszögének mértéke

☐ A 30° ;

☐ B 45° ;

☐ C 60° ;

☐ D 75° .

18. Adottak az $ABCD$ paralelogramma és az M, N, P pontok úgy, hogy $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ és $\overrightarrow{DP} = x \cdot \overrightarrow{DC}$, ahol $x \in \mathbb{R}$. Az x azon értéke, amelyre az M, N, P pontok kollineárisak

☐ A $\frac{9}{10}$;

☐ B $\frac{4}{5}$;

☐ C $\frac{5}{4}$;

☐ D $\frac{10}{9}$.

19. A $[0, 2\pi]$ intervallumból hány valós szám teljesíti a $\operatorname{ctg} x + 2 \sin 2x = 4 \cos x$ egyenletet?

☐ A 2;

☐ B 3;

☐ C 4;

☐ D 5.

20. Egy derékszögű háromszög átfogójának két végpontja $A(-3, 4)$ és $B(8, 2)$. Az AC befogó párhuzamos a $3x + 4y = 0$ egyenletű egyenessel. Az ABC háromszög területe

☐ A 10;

☐ B 15;

☐ C 20;

☐ D 25.

21. Adottak az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények, melyeket az

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x > 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ -1, & \text{ha } x < 0 \end{cases}, \quad \text{illetve a} \quad g(x) = x^2 - 4x + 4, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

képletekkel értelmezzük. Ezután a $h : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt a $h = f \circ g$ összetételként értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A A h függvény folytonos a $[0, 3]$ intervallumon.

☐ B A h függvény jobb és bal oldali határértékei végesek a $[0, 3]$ intervallum minden pontjában.

☐ C A h függvény integrálható a $[0, 3]$ intervallumon.

☐ D A h függvénynek létezik primitív függvénye a $[0, 3]$ intervallumon.

22. Adott az $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyet az $f(x) = \ln(1+x) - \cos x$, $\forall x \in [0, \pi]$ képlettel értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

☐ A Az f függvény szigorúan monoton a $[0, \pi]$ intervallumon.

☐ B $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0$.

☐ C Az f függvény konkáv a $[0, \pi]$ intervallumon.

☐ D Az f függvény konvex a $[0, \pi]$ intervallumon.

23. Az $\int_1^8 \frac{x}{\sqrt{3x+1}} dx$ integrál:

☐ A 7;

☐ B 8;

☐ C 6;

☐ D 4.

24. Az $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x}$ integrál:

☐ A $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$;

☐ B $\frac{\pi}{6}$;

☐ C $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$;

☐ D $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$.

Helyes válaszok

FELVÉTELI VIZSGA, 2025 július

MATEMATIKA írásbeli próba

1. ☐ B, ☐ C
2. ☐ B
3. ☐ B
4. ☐ B, ☐ C
5. ☐ B, ☐ C
6. ☐ C
7. ☐ A, ☐ D
8. ☐ A
9. ☐ A, ☐ D
10. ☐ B
11. ☐ D
12. ☐ B, ☐ D
13. ☐ B
14. ☐ C
15. ☐ A
16. ☐ C, ☐ D
17. ☐ A
18. ☐ D
19. ☐ C
20. ☐ D
21. ☐ B, ☐ C
22. ☐ A, ☐ B
23. ☐ B
24. ☐ A