BABEŞ-BOLYAI-UNIVERSITÄT CLUJ-NAPOCA
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK

# ZULASSUNG 2025
## Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

**WICHTIGER HINWEIS: Die gestellten Aufgaben können eine oder mehrere richtige Antworten haben, die der Kandidat auf dem dafür vorgesehenen Formular vom Prüfungsblatt angeben muss. Die Bewertung der gegebenen Antworten erfolgt nach dem in der Prüfungsordnung festgesetzten Benotungssystem.**

**1.** Es sei $A(x) = \begin{pmatrix} x & x & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ x & 0 & 2 \end{pmatrix}$, wobei $x \in \mathbb{R}$. Ist $\det(A(x)) = 6$, dann kann der Wert von $x$

A $-2$; B $2$; C $-\frac{3}{2}$; D $1$

sein.

**2.** Der Punkt $M(1,1)$ ist der Symmetriemittelpunkt des Quadrates $ABCD$. Der Eckpunkt $B$ hat die Koordinaten $(3,2)$. Die Gleichung der Diagonale $AC$ ist

A $2x - y - 1 = 0$; B $2x + y - 3 = 0$; C $x + 2y - 1 = 0$; D $x - 2y + 1 = 0$.

**3.** Gegeben sei das Polynom $P(X) = X^3 + aX^2 - 5X + a^2 - 3$, wobei $a$ ein reeller Parameter ist. Die Summe aller möglichen Werte von $a$, für die $P(2) = 0$ ist, beträgt

A $-6$; B $-4$; C $4$; D $6$.

**4.** Für die reellen Zahlen $x, y \neq 0$ definiert man den Ausdruck

$$x \star y = \frac{x+1}{y} + \frac{y+1}{x}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A $x \star y \in \mathbb{R}^*$, für alle $x, y \in \mathbb{R}^*$. B $x \star y = y \star x$, für alle $x, y \in \mathbb{R}^*$.

C $1 \star (2 \star 3) = \frac{14}{3}$. D Es gibt $e \in \mathbb{R}^*$ mit $x \star e = x$, für alle $x \in \mathbb{R}^*$.

**5.** Gilt für die reellen Zahlen $a, b \in (0,1)$ die Ungleichung $a^b > b^a$, dann ist

A $\ln a < \ln b$; B $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b}$; C $a > b$; D $b > a$.

**6.** Sind $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin x = \frac{5}{13}$ und $\sin y = \frac{3}{5}$, dann ist $\cos(x+y)$ gleich mit

A $-\frac{33}{65}$; B $-\frac{16}{65}$; C $-\frac{63}{65}$; D $\frac{56}{65}$.

**7.** Im Dreieck $ABC$ sind $AB = 4, AC = 6$ und $BC = 8$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A $\cos A = -\frac{1}{4}$. B $\cos A = \frac{1}{2}$. C $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -12$. D $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$.

**8.** Gilt für die natürliche Zahl $n$ die Gleichheit $5C_{n+3}^{n} = A_{n+2}^{3}$, dann ist $n$ gleich mit

$\boxed{\text{A}}$ 15; $\boxed{\text{B}}$ 16; $\boxed{\text{C}}$ 17; $\boxed{\text{D}}$ 18.

**9.** Für jedes $a \in [-2, 2]$ definiert man die Folge

$$S_n(a) = \frac{a}{2} + \frac{a^2}{2^2} + \cdots + \frac{a^n}{2^n}, \qquad n \in \mathbb{N}^*.$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} S_n(a) = \dfrac{a}{2-a}$, für alle $a \in (-2, 2)$.
$\boxed{\text{B}}$ $\big(S_n(a)\big)_{n\geq 1}$ ist eine beschränkte Folge, für alle $a \in [-2, 2]$.
$\boxed{\text{C}}$ $\big(S_n(a)\big)_{n\geq 1}$ ist eine streng wachsende Folge, für alle $a \in [0, 2]$.
$\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{S_n(2) + S_n(-2)} = 0$.

**10.** Gegeben sei die Funktion $f\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = ax \ln x - 3x$. Ist $x = \sqrt{\mathrm{e}}$ eine globale Minimalstelle von $f$, dann ist $a$ gleich mit

$\boxed{\text{A}}$ 1; $\boxed{\text{B}}$ 2; $\boxed{\text{C}}$ 3; $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{3}{2}$.

**11.** Der Grenzwert $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+x+2} - 2}{x^2 - 1}$ beträgt

$\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{3}{4}$; $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{1}{4}$; $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{8}$; $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{3}{8}$.

**12.** Gegeben sei die Menge $A = \{p \in \mathbb{R} \mid \lim\limits_{x\to\infty} x^p \operatorname{arctg} x \in (0, \infty)\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$\boxed{\text{A}}$ Die Menge $A$ ist unendlich. $\boxed{\text{B}}$ Die Menge $A$ ist endlich.
$\boxed{\text{C}}$ $A = \emptyset$. $\boxed{\text{D}}$ $A \subseteq \mathbb{Q}$.

**13.** Es seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Genügt die Matrix $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ der Bedingung $AX + XB = 3I_2$, dann beträgt die Summe aller Elemente der Matrix $X$

$\boxed{\text{A}}$ 1; $\boxed{\text{B}}$ 2; $\boxed{\text{C}}$ 3; $\boxed{\text{D}}$ 4.

**14.** Erfüllt die komplexe Zahl $z$ die Bedingung $(3+i)z + (1-2i)\overline{z} = 11 - 4i$, dann ist $|z|$ gleich mit

$\boxed{\text{A}}$ 5; $\boxed{\text{B}}$ 3; $\boxed{\text{C}}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{\text{D}}$ $\sqrt{3}$.

**15.** Es sei $(a_n)_{n\geq 1}$ eine arithmetische Folge mit $a_5 + a_{10} = 70$ und $a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} = 600$. Das Glied $a_3$ ist gleich mit

$\boxed{\text{A}}$ $-10$; $\boxed{\text{B}}$ 0; $\boxed{\text{C}}$ 10; $\boxed{\text{D}}$ $-20$.

**16.** Die Seite $AB$ des Rechtecks $ABCD$ liegt auf der Gerade mit der Gleichung $5x + 12y - 2 = 0$, die Länge der Seite $BC$ beträgt 2. Welche der folgenden Geraden kann die Seite $CD$ des Rechtecks enthalten?

$\boxed{\text{A}}$ $d_1 : 5x + 12y + 10 = 0$; $\boxed{\text{B}}$ $d_2 : 5x + 12y - 36 = 0$;

$\boxed{\text{C}}$ $d_3 : 5x + 12y + 24 = 0$; $\boxed{\text{D}}$ $d_4 : 5x + 12y - 28 = 0$.

**17.** Der Flächeninhalt eines Rhombus beträgt 18 und die Länge seiner Seiten 6. Das Maß des spitzen Winkels des Rhombus beträgt

$\boxed{\text{A}}$ $30°$; $\boxed{\text{B}}$ $45°$; $\boxed{\text{C}}$ $60°$; $\boxed{\text{D}}$ $75°$.

**18.** Gegeben seien das Parallelogramm $ABCD$ und die Punkte $M$, $N$, $P$, so dass $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{DP} = x \cdot \overrightarrow{DC}$, mit $x \in \mathbb{R}$. Der Wert von $x$, für den die Punkte $M, N, P$ kollinear sind, ist gleich mit

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{9}{10}$; $\boxed{\text{B}}$ $\frac{4}{5}$; $\boxed{\text{C}}$ $\frac{5}{4}$; $\boxed{\text{D}}$ $\frac{10}{9}$.

**19.** Wie viele reelle Zahlen aus dem Intervall $[0, 2\pi]$ genügen der Gleichung $\operatorname{ctg} x + 2\sin 2x = 4\cos x$?

$\boxed{\text{A}}$ 2; $\boxed{\text{B}}$ 3; $\boxed{\text{C}}$ 4; $\boxed{\text{D}}$ 5.

**20.** Die Punkte $A(-3, 4)$ und $B(8, 2)$ sind die Endpunkte der Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Kathete $AC$ ist parallel zu der Gerade mit der Gleichung $3x+4y = 0$. Der Flächeninhalt des Dreiecks $ABC$ beträgt

$\boxed{\text{A}}$ 10; $\boxed{\text{B}}$ 15; $\boxed{\text{C}}$ 20; $\boxed{\text{D}}$ 25.

**21.** Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die wie folgt definierten Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \\ -1, & \text{falls } x < 0 \end{cases} \qquad \text{und} \qquad g(x) = x^2 - 4x + 4,\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

Es sei $h : [0, 3] \to \mathbb{R}$ die durch $h = f \circ g$ erklärte Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$\boxed{\text{A}}$ $h$ ist auf $[0, 3]$ stetig.
$\boxed{\text{B}}$ $h$ hat endliche einseitige Grenzwerte in jedem Punkt aus $[0, 3]$.
$\boxed{\text{C}}$ $h$ ist auf $[0, 3]$ integrierbar.
$\boxed{\text{D}}$ $h$ besitzt auf $[0, 3]$ Stammfunktionen.

**22.** Es sei $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ die durch $f(x) = \ln(1 + x) - \cos x,\ \forall x \in [0, \pi]$, definierte Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$\boxed{\text{A}}$ $f$ ist auf dem Intervall $[0, \pi]$ streng monoton.
$\boxed{\text{B}}$ $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0$.
$\boxed{\text{C}}$ $f$ ist auf dem Intervall $[0, \pi]$ konkav.
$\boxed{\text{D}}$ $f$ ist auf dem Intervall $[0, \pi]$ konvex.

**23.** Das Integral $\displaystyle\int_1^8 \frac{x}{\sqrt{3x+1}}\,dx$ beträgt

$\boxed{\text{A}}$ 7; $\boxed{\text{B}}$ 8; $\boxed{\text{C}}$ 6; $\boxed{\text{D}}$ 4.

**24.** Das Integral $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2\cos^2 x}$ beträgt

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$; $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\pi}{6}$; $\boxed{\text{C}}$ $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$; $\boxed{\text{D}}$ $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$.

BABEŞ-BOLYAI-UNIVERSITÄT CLUJ-NAPOCA
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK

**Richtige Antworten**

**ZULASSUNG, Juli 2025**

**Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK**

**1.** $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$
**2.** $\boxed{\textbf{B}}$
**3.** $\boxed{\textbf{B}}$
**4.** $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$
**5.** $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$
**6.** $\boxed{\textbf{C}}$
**7.** $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{D}}$
**8.** $\boxed{\textbf{A}}$
**9.** $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{D}}$
**10.** $\boxed{\textbf{B}}$
**11.** $\boxed{\textbf{D}}$
**12.** $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$
**13.** $\boxed{\textbf{B}}$
**14.** $\boxed{\textbf{C}}$
**15.** $\boxed{\textbf{A}}$
**16.** $\boxed{\textbf{C}}$, $\boxed{\textbf{D}}$
**17.** $\boxed{\textbf{A}}$
**18.** $\boxed{\textbf{D}}$
**19.** $\boxed{\textbf{C}}$
**20.** $\boxed{\textbf{D}}$
**21.** $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$
**22.** $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{B}}$
**23.** $\boxed{\textbf{B}}$
**24.** $\boxed{\textbf{A}}$