

Admitere 2023
Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ: Problemele pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte, care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parțială din regulamentul concursului.

1. Dacă $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$, și $g(x) = 2x + 1$, atunci $g(f(1))$ este egală cu

- A 6; B 7; C 8; D 9.

2. Dacă rădăcinile ecuației de gradul doi cu parametrul $m \in \mathbb{R}$

$$x^2 - mx + m = 0$$

nu sunt numere reale, atunci

- A $m \in (-\infty, -4]$; B $m \in (-4, 0]$; C $m \in (0, 4)$; D nu există astfel de $m \in \mathbb{R}$.

3. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$ este:

- A $\frac{1}{2}$; B 1; C 2; D $+\infty$.

4. Vârfurile triunghiului ABC sunt $A(-2, -1)$, $B(-1, 2)$ și $C(6, -3)$. Mediana care aparține vârfului B , are lungimea

- A 4; B $2\sqrt{3}$; C $3\sqrt{2}$; D 5.

5. Considerăm vectorii $\vec{x} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{y} = b\vec{i} + 3\vec{j}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și vectorii unitari \vec{i} și \vec{j} sunt perpendiculari. Care dintre următoarele enunțuri implică coliniaritatea vectorilor \vec{x} și \vec{y} ?

- A $a = 1$, $b = 6$; B $a \cdot b = 6$; C $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$; D $\vec{x} \cdot \vec{y} = \sqrt{a^2 + 4} \cdot \sqrt{b^2 + 9}$.

6. Valoarea expresiei $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ este egală cu

- A $\sqrt{3}$; B $\sqrt{2}$; C $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; D 2.

7. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} |x|^3, & x < 0 \\ 2x^2, & x \geq 0. \end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $f(-2) = f(2)$; B f este injectivă; C f este surjectivă; D $\text{Im} f = [0, +\infty)$.

8. Se consideră dreapta $d : x - 2y = 0$ și punctele $M(3, 4)$, $O(0, 0)$. Coordonatele punctului N de pe dreapta d , pentru care triunghiul MNO este dreptunghic în N , pot fi

- A $N(4, 2)$; B $N(6, 3)$; C $N(5, \frac{5}{2})$; D $N(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$.

Problemele 9 și 10 se referă la funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cos x + \cos(2x)$.

9. $f(\pi)$ este

- A -3 ; B -2 ; C 2 ; D 3 .

10. Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este

- A 0 ; B 1 ; C 2 ; D 4 .

11. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$ este:

- A $+\infty$; B $-\frac{1}{4}$; C $\frac{1}{8}$; D $-\frac{1}{8}$.

12. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației

$$\bar{z}z^2 = 2 + 2i,$$

unde z este număr complex. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $1 + i \in S$; B Dacă $w \in S$, atunci $|w| = \sqrt{2}$;
 C Dacă $w \in S$, atunci $\bar{w} \in S$; D Numărul elementelor în S este 2.

13. Fie a un parametru real și considerăm sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + ay + az = 0 \\ x - y + az = 0. \end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

- A Sistemul este compatibil pentru orice valoare a lui a .
 B Există $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.
 C Există un singur număr a pentru care determinantul matricei sistemului este 0.
 D z ia aceeași valoare pentru orice a pentru care sistemul este compatibil.

14. În triunghiul ascuțitunghic ABC cunoaștem laturile $a = BC = 2$, $b = AC = \sqrt{6}$ și raza cercului circumscribit triunghiului $R = \sqrt{2}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $A = 45^\circ$; B $B = 30^\circ$; C $B = 60^\circ$; D $C = 75^\circ$.

15. Dreapta care trece prin $C(3, -1)$ și față de care punctele $A(2, 3)$ și $B(6, 1)$ sunt egal depărtate poate avea ecuația:

- A $4x + y - 11 = 0$; B $x + 2y - 1 = 0$; C $x - 4y = 7$; D $3x - y - 10 = 0$.

16. Fie triunghiul ABC și D un punct pe latura BC astfel încât AD să fie bisectoarea unghiului BAC . Dacă laturile triunghiului au lungimile $BC = 4$, $CA = 5$, $AB = 6$, atunci care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $\vec{BD} = \frac{5}{6}\vec{DC}$; B $\vec{BD} = \frac{6}{5}\vec{DC}$;
 C $\vec{AD} = \frac{5}{11}\vec{AB} + \frac{6}{11}\vec{AC}$; D $\vec{AD} = \frac{6}{11}\vec{AB} + \frac{5}{11}\vec{AC}$.

17. Valoarea integralei $\int_0^{\pi/3} \sin x \cdot \ln(\cos x) dx$ este:

A $\ln \sqrt{2} - \frac{1}{2}$;

B $\ln 2 - \frac{1}{2}$;

C $\ln \sqrt{3} - \frac{1}{2}$;

D $\ln \sqrt{2} + \frac{1}{2}$.

18. Fie S mulțimea numerelor de patru cifre. Numărul elementelor din S divizibile cu 3 este

A 2999;

B 3000;

C 3001;

D 3333.

19. Pe mulțimea $G = (0, +\infty)$ se dă operația $x * y = x + y + |x - y|$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A operația ”*” este comutativă; B $1 * (2 * 3) = (1 * 2) * 3$;

C $x * y \geq 1$ pentru orice $x, y \in G$; D operația ”*” admite element neutru.

Problemele 20, 21, 22 și 23 se referă la funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = -x \ln x$.

20. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A f are limită laterală finită în punctul $x_0 = 0$;

B f este strict crescătoare pe intervalul $(0, 1]$;

C f este strict descrescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$;

D f este concavă.

21. Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = \frac{1}{3}$ este:

A 3;

B 2;

C 1;

D 0.

22. Dacă d este tangenta la graficul lui f care trece prin punctul $(0, 1)$, iar m este panta dreptei d , care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $m \in [-2, 0]$;

B $m \in (-\infty, -2]$;

C d trece prin punctul $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;

D d trece prin punctul $(\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$.

23. Cel mai mic număr real a pentru care inegalitatea $f(x) \leq a - x$ are loc oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$ este:

A $\frac{1}{e}$;

B $\frac{2}{e}$;

C 2;

D 1.

24. Fie $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă cu proprietatea că

$$6 + f(x) = 2f(-x) + 3x^2 \left(\int_{-1}^1 f(t) dt \right) \quad \text{oricare ar fi } x \in [-1, 1].$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$;

B $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$;

C $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$;

D $f(-1) = -6$.

Răspunsuri corecte

ADMITERE, 2023
Proba scrisă la MATEMATICĂ

1. B
2. C
3. B
4. D
5. A, B, D,
6. B
7. A, D
8. A
9. B
10. C
11. D
12. A, B
13. A, C, D
14. A, C, D
15. B, D
16. B, C
17. A
18. B
19. A
20. A, C, D
21. B
22. A, C
23. D
24. B, C, D