

FELVÉTELI 2023
MATEMATIKA írásbeli próba

FONTOS MEGJEGYZÉS: A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelölnön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.

1. Ha $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$ és $g(x) = 2x + 1$, akkor a $g(f(1))$ értéke

- A 6; B 7; C 8; D 9.

2. Ha az $m \in \mathbb{R}$ paraméterű

$$x^2 - mx + m = 0$$

másodfokú egyenlet gyökei nem valós számok, akkor

- A $m \in (-\infty, -4]$; B $m \in (-4, 0]$; C $m \in (0, 4)$; D nem létezik ilyen $m \in \mathbb{R}$.

3. A $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$ határérték

- A $\frac{1}{2}$; B 1; C 2; D $+\infty$.

4. Az ABC háromszög csúcsai $A(-2, -1)$, $B(-1, 2)$ és $C(6, -3)$. A B csúcshoz tartozó oldalfelező hossza

- A 4; B $2\sqrt{3}$; C $3\sqrt{2}$; D 5.

5. Adottak az $\vec{x} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ és $\vec{y} = b\vec{i} + 3\vec{j}$ vektorok, ahol $a, b \in \mathbb{R}$, illetve az \vec{i} és \vec{j} egymásra merőleges egységvektorok. Az alábbi állítások közül melyekből következik az \vec{x} és \vec{y} vektorok kollinearitása?

- A $a = 1, b = 6$. B $a \cdot b = 6$. C $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$. D $\vec{x} \cdot \vec{y} = \sqrt{a^2 + 4} \cdot \sqrt{b^2 + 9}$.

6. Az $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ kifejezés értéke

- A $\sqrt{3}$; B $\sqrt{2}$; C $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; D 2.

7. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} |x|^3, & \text{ha } x < 0 \\ 2x^2, & \text{ha } x \geq 0. \end{cases}$$

függvény esetén az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A $f(-2) = f(2)$. B f injektív. C f szürjektív. D $\text{Im } f = [0, +\infty)$.

8. Adottak a $d: x - 2y = 0$ egyenes és az $M(3, 4)$, $O(0, 0)$ pontok. A d egyenes azon N pontjának lehetséges koordinátái, amelyre az MNO háromszög az N csúcsban derékszögű:

- A $N(4, 2)$; B $N(6, 3)$; C $N\left(5, \frac{5}{2}\right)$; D $N(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$.

A 9 és 10 feladatok az $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cos x + \cos(2x)$ függvényre vonatkoznak.

9. Az $f(\pi)$ értéke

- A -3 ; B -2 ; C 2 ; D 3 .

10. Az $f(x) = 1$ egyenlet megoldásainak száma

- A 0 ; B 1 ; C 2 ; D 4 .

11. A $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$ határérték

- A $+\infty$; B $-\frac{1}{4}$; C $\frac{1}{8}$; D $-\frac{1}{8}$.

12. Legyen S a

$$\bar{z}z^2 = 2 + 2i,$$

egyenlet megoldásainak halmaza, ahol z komplex szám. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A $1 + i \in S$. B Ha $w \in S$, akkor $|w| = \sqrt{2}$.
 C Ha $w \in S$, akkor $\bar{w} \in S$. D Az S halmaznak pontosan két eleme van.

13. Legyen a egy valós paraméter és tekintjük az

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + ay + az = 0 \\ x - y + az = 0 \end{cases}$$

egyenletrendszert. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az egyenletrendszer az a minden értékére kompatibilis.
 B Létezik $a \in \mathbb{R}$, amelyre az egyenletrendszer inkompatibilis.
 C Egyetlen olyan a szám létezik, amelyre az egyenletrendszer mátrixának determinánsa 0 .
 D A z ugyanazt az értéket veszi fel minden olyan a esetén, amelyre a rendszer kompatibilis.

14. Az ABC hegyesszögű háromszög oldalainak hossza $a = BC = 2$, $b = AC = \sqrt{6}$, míg köré írt körének sugara $R = \sqrt{2}$. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A $A = 45^\circ$. B $B = 30^\circ$. C $B = 60^\circ$. D $C = 75^\circ$.

15. A $C(3, -1)$ ponton átmenő, illetve az $A(2, 3)$ és $B(6, 1)$ pontoktól egyenlő távolságra levő egyenes lehetséges egyenlete

- A $4x + y - 11 = 0$; B $x + 2y - 1 = 0$; C $x - 4y = 7$; D $3x - y - 10 = 0$.

16. Az ABC háromszög BC oldalán felveszünk egy D pontot úgy, hogy AD a \widehat{BAC} szögfelezője legyen. Ha a háromszög oldalainak hossza $BC = 4$, $CA = 5$, $AB = 6$, akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{6}\overrightarrow{DC}$. B $\overrightarrow{BD} = \frac{6}{5}\overrightarrow{DC}$.
 C $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{11}\overrightarrow{AB} + \frac{6}{11}\overrightarrow{AC}$. D $\overrightarrow{AD} = \frac{6}{11}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{11}\overrightarrow{AC}$.

17. Az $\int_0^{\pi/3} \sin x \cdot \ln(\cos x) dx$ integrál értéke

A $\ln \sqrt{2} - \frac{1}{2}$;

B $\ln 2 - \frac{1}{2}$;

C $\ln \sqrt{3} - \frac{1}{2}$;

D $\ln \sqrt{2} + \frac{1}{2}$.

18. Legyen S a négyjegyű számok halmaza. Az S halmaz 3-mal osztható elemeinek száma:

A 2999;

B 3000;

C 3001;

D 3333.

19. A $G = (0, +\infty)$ halmazon adott az $x * y = x + y + |x - y|$ művelet. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A A „*” művelet kommutatív.

B $1 * (2 * 3) = (1 * 2) * 3$.

C $x * y \geq 1$, minden $x, y \in G$ esetén.

D A „*” műveletnek van semleges eleme.

A 20, 21, 22 és 23 feladatok az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = -x \ln x$$

függvényre vonatkoznak.

20. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A Az f függvény $x_0 = 0$ pontban vett jobb oldali határértéke véges.

B Az f függvény szigorúan növekvő a $(0, 1]$ intervallumon.

C Az f függvény szigorúan csökkenő az $[1, +\infty)$ intervallumon.

D Az f függvény konkáv.

21. Az $f(x) = \frac{1}{3}$ egyenlet megoldásainak száma

A 3;

B 2;

C 1;

D 0.

22. A d egyenes az f függvény grafikonjának azon érintője, amely átmegy a $(0, 1)$ ponton és iránytényezője m . Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A $m \in [-2, 0]$.

B $m \in (-\infty, -2]$.

C A d átmegy az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ponton.

D A d átmegy az $\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$ ponton.

23. A legkisebb a valós szám, amelyre minden $x \in (0, +\infty)$ esetén teljesül az $f(x) \leq a - x$ egyenlőtlenség:

A $\frac{1}{e}$;

B $\frac{2}{e}$;

C 2;

D 1.

24. Adott az $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ folytonos függvény, amelyre teljesül, hogy

$$6 + f(x) = 2f(-x) + 3x^2 \left(\int_{-1}^1 f(t) dt \right), \quad \text{minden } x \in [-1, 1] \text{ esetén.}$$

Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$.

B $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$.

C $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$.

D $f(-1) = -6$.

Helyes válaszok

FELVÉTELI VIZSGA, 2023 MATEMATIKA írásbeli próba

1. B
2. C
3. B
4. D
5. A, B, D,
6. B
7. A, D
8. A
9. B
10. C
11. D
12. A, B
13. A, C, D
14. A, C, D
15. B, D
16. B, C
17. A
18. B
19. A
20. A, C, D
21. B
22. A, C
23. D
24. B, C, D