

FELVÉTELI 2023  
MATEMATIKA írásbeli próba

**FONTOS MEGJEGYZÉS:** A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelöljön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.

1. Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 3x - 2$ , akkor az  $f(f(1))$  értéke

- A 6;                       B 7;                       C 8;                       D 9.

2. Ha az  $m \in \mathbb{R}$  paraméterű

$$x^2 - (m + 1)x + m = 0$$

másodfokú egyenlet gyökei egybeesnek, akkor

- A  $m \in (-\infty, -2)$ ;       B  $m \in [-2, 2]$ ;       C  $m \in (2, +\infty)$ ;       D nem létezik ilyen  $m \in \mathbb{R}$ .

3. A  $d: x - 3y + 4 = 0$  egyenessel párhuzamos egyenes iránytényezője

- A  $-3$ ;                       B  $-\frac{1}{3}$ ;                       C  $\frac{1}{3}$ ;                       D 3.

4. Adottak az  $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$  és  $\vec{v} = b\vec{i} - 3\vec{j}$  vektorok, ahol  $a, b \in \mathbb{R}$ , illetve az  $\vec{i}$  és  $\vec{j}$  egymásra merőleges egységvektorok. Az alábbi állítások közül melyekből következik az  $\vec{u}$  és  $\vec{v}$  vektorok merőlegessége?

- A  $a = -2$ ,  $b = -\frac{3}{2}$ .       B  $a \cdot b = 3$ .                       C  $3a + b = 0$ .                       D  $a = 1$ ,  $b = -3$ .

5. Az  $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$  kifejezés értéke

- A  $\sqrt{6}$ ;                       B  $2\sqrt{2}$ ;                       C  $2\sqrt{3}$ ;                       D  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

6. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$  határérték

- A  $\frac{1}{e}$ ;                       B  $e$ ;                       C  $e^2$ ;                       D  $e^{-2}$ .

7. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{ha } x < 0 \\ -x^2, & \text{ha } x \geq 0. \end{cases}$$

függvény. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A  $f(-1) = f(1)$ .       B  $f$  injektív.                       C  $f$  szürjektív.                       D  $\text{Im} f = (-\infty, 0]$ .

8. Az  $MNP$  háromszög esetén  $M(-2, 1)$ ,  $N(2, 5)$ , illetve a  $P$  pont az  $Ox$  tengelyen található. Ha az  $MNP$  háromszög területe 10, akkor a  $P$  pont lehetséges koordinátái

- A  $P(-8, 0)$ ;                       B  $P(-2, 0)$ ;                       C  $P(2, 0)$ ;                       D  $P(8, 0)$ .

A 9 és 10 feladatok az  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x + \cos(2x)$  függvényre vonatkoznak.

9. Az  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  értéke

- A  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;                       B  $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ ;                       C  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;                       D  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ .

10. Az  $f(x) = 1$  egyenlet megoldásainak száma

- A 1;                       B 2;                       C 3;                       D 4.

11. A  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctg x\right)$  határérték

- A 0;                       B  $-1$ ;                       C 1;                       D  $+\infty$ .

12. Legyen  $S$  az

$$x^{\frac{1}{1+\log_4 x}} = 4x^4$$

egyenlet megoldásainak halmaza. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az  $S$  halmaznak egyetlen egy eleme van.                       B Az  $S$  halmaznak pontosan két eleme van.  
 C Egyetlen olyan  $a \in S$  létezik, amelyre  $a < 1$ .                       D Egyetlen olyan  $a \in S$  létezik, amelyre  $a \geq 1$ .

13. Ha  $X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_7)$  úgy, hogy

$$\begin{cases} X + \hat{2}Y = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{4} & \hat{1} \end{pmatrix} \\ \hat{2}X - Y = \begin{pmatrix} \hat{5} & \hat{1} \\ \hat{2} & \hat{6} \end{pmatrix}, \end{cases}$$

akkor a  $\det X \cdot \det Y$  értéke

- A  $\hat{0}$ ;                       B  $\hat{1}$ ;                       C  $\hat{2}$ ;                       D  $\hat{4}$ .

14. Adottak az  $ABCD$  paralelogramma és az  $M \in AB$ ,  $N \in AC$  pontok úgy, hogy  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$  és  $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{AC}$ , ahol  $m \in \mathbb{R}^*$ . Ekkor a  $D, N$  és  $M$  pontok kollineárisak, ha

- A  $m = \frac{1}{2}$ ;                       B  $m = \frac{3}{5}$ ;                       C  $m = \frac{2}{3}$ ;                       D  $m = \frac{4}{7}$ .

15. Az  $M(t, 0)$  középpontú  $\mathcal{C}_t$  kör áthalad az  $A(1, 1)$  és  $B(1, -1)$  pontokon. Ha  $r_t$  a  $\mathcal{C}_t$  kör sugara, akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A  $t = 0$  esetén  $r_t = \sqrt{2}$ .  
 B Bármely  $t \in (0, 4)$  esetén  $r_t \in (\sqrt{2}, \sqrt{10})$ .  
 C Létezik  $t$  úgy, hogy  $r_t = \frac{1}{2}$ .  
 D  $t = 2$  esetén az  $AMB$  háromszög derékszögű.

16. Az  $ABC$  háromszögben  $m(\hat{A}) = 45^\circ$ ,  $AB = c$ ,  $AC = \frac{2\sqrt{2}c}{3}$  és  $BC = a$ . Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A  $\sin B = \frac{2c}{3a}$ .       B  $\cos B = \frac{c}{3a}$ .       C  $\operatorname{tg} B = 2$ .       D  $\operatorname{tg} B = \sqrt{2}$ .

17. Az  $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$  integrál értéke

- A 1;       B 2;       C  $-1$ ;       D  $-2$ .

18. Ha  $S$  a négyjegyű páros számok halmaza, akkor az  $S$  halmaz elemeinek száma

- A 4500;       B 4499;       C 4501;       D 5000.

19. A  $G = (0, +\infty)$  halmazon adott az  $x * y = \frac{|x-y|}{x+y}$  művelet. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A A „ $*$ ” művelet kommutatív.       B  $1 * (2 * 3) = (1 * 2) * 3$ .  
 C  $x * y < 1$ , minden  $x, y \in G$  esetén.       D A „ $*$ ” műveletnek van semleges eleme.

A 20, 21, 22 és 23 feladatok az  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln^2 x, & \text{ha } x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

függvényre vonatkoznak.

20. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az  $f$  függvény folytonos az  $x_0 = 0$  pontban.  
 B Az  $f$  függvény nem folytonos az  $x_0 = 0$  pontban.  
 C Az  $f$  függvény szigorúan csökkenő a  $[0, 1]$  intervallumon.  
 D Az  $f$  függvény szigorúan növekvő az  $[1, +\infty)$  intervallumon.

21. Az  $f$  függvény helyi szélsőértékpontjainak száma

- A 0;       B 1;       C 2;       D 3.

22. Az  $f$  függvény grafikonja inflexiós pontjainak száma

- A 0;       B 1;       C 2;       D 3.

23. Legyen  $d$  az  $e$  abszcisszájú pontban az  $f$  függvény grafikonjához húzott érintő. Ha a  $d$  egyenes iránytényezője  $m$ , akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A  $m = 4e$ .       B A  $d$  az  $Ox$  tengelyt a  $\frac{3e}{4}$  abszcisszájú pontban metszi.  
 C  $m = 2e$ .       D A  $d$  az  $Oy$  tengelyt a  $-4e^2$  ordinátájú pontban metszi.

24. Az  $\int_{-\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{6})}{\sin(x + \frac{\pi}{3})} dx$  integrál értéke

- A  $\frac{\pi}{6}$ ;       B  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \sqrt{3}$ ;       C  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln 3$ ;       D  $\frac{\pi}{3}$ .

## Helyes válaszok

### FELVÉTELI VIZSGA, 2023 MATEMATIKA írásbeli próba

1.  C
2.  B
3.  C
4.  A,  B
5.  A
6.  B
7.  A,  D
8.  A,  C
9.  C
10.  D
11.  C
12.  A,  C
13.  D
14.  B
15.  A,  D
16.  A,  B,  C
17.  B
18.  A
19.  A,  C
20.  A,  D
21.  D
22.  C
23.  A,  B
24.  D