

Zulassung 2023
Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

WICHTIGER HINWEIS: Die gestellten Aufgaben können eine oder mehrere richtige Antworten haben, die der Kandidat auf dem dafür vorgesehenen Formular vom Prüfungsblatt angeben muss. Die Bewertung der gegebenen Antworten erfolgt nach dem in der Prüfungsordnung festgesetzten Benotungssystem.

1. Gegeben sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = x^2 + 3x - 2$. Dann ist $f(f(1))$ gleich mit

- A 6; B 7; C 8; D 9.

2. Gegeben sei die Gleichung zweiten Grades mit dem Parameter $m \in \mathbb{R}$

$$x^2 - (m + 1)x + m = 0.$$

Wenn die Wurzeln dieser Gleichung übereinstimmen, dann

- A $m \in (-\infty, -2)$; B $m \in [-2, 2]$; C $m \in (2, +\infty)$; D existiert kein solcher Parameter $m \in \mathbb{R}$.

3. Die Steigung einer Geraden parallel zu der Geraden $d: x - 3y + 4 = 0$ ist

- A -3; B $-\frac{1}{3}$; C $\frac{1}{3}$; D 3.

4. Gegeben seien die Vektoren $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$ und $\vec{v} = b\vec{i} - 3\vec{j}$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ und die Einheitsvektoren \vec{i} und \vec{j} senkrecht aufeinander stehen. Welche der folgenden Aussagen implizieren, dass die Vektoren \vec{u} und \vec{v} senkrecht aufeinander stehen?

- A $a = -2, b = -\frac{3}{2}$; B $a \cdot b = 3$; C $3a + b = 0$; D $a = 1, b = -3$.

5. Der Wert des Ausdrucks $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ist gleich mit

- A $\sqrt{6}$; B $2\sqrt{2}$; C $2\sqrt{3}$; D $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

6. Der Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$ ist

- A $\frac{1}{e}$; B e ; C e^2 ; D e^{-2} .

7. Gegeben sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ -x^2, & x \geq 0. \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A $f(-1) = f(1)$; B f ist injektiv; C f ist surjektiv; D $\text{Im} f = (-\infty, 0]$.

8. Der Flächeninhalt des Dreiecks MNP ist 10, wobei $M(-2, 1)$, $N(2, 5)$ und der Punkt P auf der Ox -Achse liegt. Die Koordinaten des Punktes P können

- A $P(-8, 0)$; B $P(-2, 0)$; C $P(2, 0)$; D $P(8, 0)$

sein.

Die Aufgaben 9 und 10 beziehen sich auf die Funktion $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(2x)$.

9. $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ist gleich mit

A $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

B $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$;

C $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

D $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

10. Die Anzahl der Lösungen der Gleichung $f(x) = 1$ ist

A 1;

B 2;

C 3;

D 4.

11. Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)$ ist

A 0;

B -1;

C 1;

D $+\infty$.

12. Sei S die Menge der Lösungen der Gleichung

$$x^{\frac{1}{1+\log_4 x}} = 4x^4.$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A S hat genau ein Element.

B S hat genau zwei Elemente.

C Es existiert ein einziges $a \in S$, so dass $a < 1$.

D Es existiert ein einziges $a \in S$, so dass $a \geq 1$.

13. Sind $X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_7)$, so dass

$$\begin{cases} X + \hat{2}Y = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{4} & \hat{1} \end{pmatrix} \\ \hat{2}X - Y = \begin{pmatrix} \hat{5} & \hat{1} \\ \hat{2} & \hat{6} \end{pmatrix}, \end{cases}$$

dann ist $\det X \cdot \det Y$ gleich mit

A $\hat{0}$;

B $\hat{1}$;

C $\hat{2}$;

D $\hat{4}$.

14. Gegeben seien das Parallelogramm $ABCD$ sowie die Punkte $M \in AB$, $N \in AC$, so dass $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{AC}$, wobei $m \in \mathbb{R}^*$. Die Punkte D, N und M sind kollinear, wenn

A $m = \frac{1}{2}$;

B $m = \frac{3}{5}$;

C $m = \frac{2}{3}$;

D $m = \frac{4}{7}$.

15. \mathcal{C}_t bezeichne den Kreis mit dem Mittelpunkt $M(t, 0)$, welcher durch die Punkte $A(1, 1)$ und $B(1, -1)$ verläuft. Der Radius des Kreises \mathcal{C}_t wird mit r_t bezeichnet. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

A Für $t = 0$ gilt $r_t = \sqrt{2}$.

B Für jedes $t \in (0, 4)$ gilt $r_t \in (\sqrt{2}, \sqrt{10})$.

C Es existiert t , so dass $r_t = \frac{1}{2}$.

D Für $t = 2$ ist das Dreieck AMB rechtwinklig.

16. Im Dreieck ABC gelten $m(\hat{A}) = 45^\circ$, $AB = c$, $AC = \frac{2\sqrt{2}c}{3}$ und $BC = a$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A $\sin B = \frac{2c}{3a}$; B $\cos B = \frac{c}{3a}$; C $\operatorname{tg} B = 2$; D $\operatorname{tg} B = \sqrt{2}$.

17. Der Wert des Integrals $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$ ist

- A 1; B 2; C -1; D -2.

18. Ist S die Menge aller geraden vierstelligen Zahlen, dann ist die Anzahl der Elemente in S

- A 4500; B 4499; C 4501; D 5000.

19. Auf der Menge $G = (0, +\infty)$ definiert man die Operation $x * y = \frac{|x-y|}{x+y}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A Die Operation "*" ist kommutativ. B $1 * (2 * 3) = (1 * 2) * 3$.
 C $x * y < 1$ für alle $x, y \in G$. D Die Operation "*" hat ein neutrales Element.

Die Aufgaben **20**, **21**, **22** und **23** beziehen sich auf die Funktion $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln^2 x, & \text{falls } x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

20. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A f ist stetig im Punkt $x_0 = 0$.
 B f ist unstetig im Punkt $x_0 = 0$.
 C f ist streng fallend auf dem Intervall $[0, 1]$.
 D f ist streng wachsend auf dem Intervall $[1, +\infty)$.

21. Die Anzahl der lokalen Extremstellen von f ist

- A 0; B 1; C 2; D 3.

22. Die Anzahl der Wendepunkte des Graphen von f ist

- A 0; B 1; C 2; D 3.

23. Sei d die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt mit Abszisse e , und sei m die Steigung der Geraden d . Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A $m = 4e$; B d schneidet die Ox -Achse im Punkt mit der Abszisse $\frac{3e}{4}$;
 C $m = 2e$; D d schneidet die Oy -Achse im Punkt mit der Ordinate $-4e^2$.

24. Der Wert des Integrals $\int_{-\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{6})}{\sin(x + \frac{\pi}{3})} dx$ ist

- A $\frac{\pi}{6}$; B $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \sqrt{3}$; C $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln 3$; D $\frac{\pi}{3}$.

Richtige Antworten
ZULASSUNG 2023
Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

1. C
2. B
3. C
4. A, B
5. A
6. B
7. A, D
8. A, C
9. C
10. D
11. C
12. A, C
13. D
14. B
15. A, D
16. A, B, C
17. B
18. A
19. A, C
20. A, D
21. D
22. C
23. A, B
24. D