

Admitere 2022
Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ: Problemele pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte, care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parțială din regulamentul concursului.

1. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n - 2}{2n^2 + 3n + 1} \right)^{n+2}$ este
 A e; B $e - 1$; C $\frac{1}{e}$; D e^{-2} .
2. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$ este
 A 0; B $\frac{1}{2}$; C 1; D $\frac{3}{2}$.
3. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = (x + 1)e^x$ și punctul $P(0, f(0))$. Notăm cu d dreapta tangentă la graficul lui f în punctul P . Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?
 A d are ecuația $y = 2x + 1$; B d conține punctul $Q(3, 7)$;
 C d are ecuația $y = 2x - 1$; D d conține punctul $S(-3, -4)$.
4. În trapezul $ABCD$ avem $m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$, $AB \parallel CD$ și AC perpendicular pe BD . Care dintre următoarele relații sunt adevărate?
 A $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$; B $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$; C $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$; D $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(1, 1)$. Ecuația dreptei ce trece prin punctul M și are panta 2 este:
 A $2x - y - 1 = 0$; B $2x + y - 1 = 0$; C $2x + y + 1 = 0$; D $-2x + y - 1 = 0$.
6. Dacă măsura unghiului A este cuprinsă între 450° și 540° , iar $\cos A = -\frac{7}{25}$, atunci care dintre următoarele afirmații sunt corecte?
 A $\sin \frac{A}{2} = -\frac{4}{5}$; B $\cos \frac{A}{2} = -\frac{3}{5}$; C $\sin \frac{A}{2} = -\frac{3}{5}$; D $\cos \frac{A}{2} = -\frac{4}{5}$.
7. Partea imaginară a numărului $(1 + i)^{2022}$ este egală cu:
 A 0; B 2^{1011} ; C -2^{1011} ; D 2^{2022} .
8. Multimea soluțiilor reale ale inecuației

$$\log_9(5x + 3) > \frac{1}{2} \log_3(x - 1)$$
estă:
 A $(-1, +\infty)$; B $(-\frac{3}{5}, +\infty)$; C $(1, +\infty)$; D $(2, +\infty)$.

9. Suma primilor 8 termeni ai unei progresii aritmetice este egală cu 64, în timp ce suma primilor 19 termeni este egală cu 361. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A) rația este 2; B) primul termen este 1;
 C) rația este 4; D) primul termen este -8 .

10. Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$ este

- A) $\frac{\pi}{4}$; B) $\frac{\pi}{2}$; C) $\ln 2$; D) $\ln(1 + \sqrt{2})$.

11. Funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x}$, are ca asimptotă spre $+\infty$ dreapta de ecuație

- A) $y = -2$; B) $y = 2x - 1$; C) $y = -1$; D) $y = 2x + 1$.

12. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \left(e^{\frac{1}{n}} + 2^2 e^{\frac{2}{n}} + \dots + n^2 e^{\frac{n}{n}} \right)$ este

- A) 1; B) $e - 2$; C) e^2 ; D) $e - 1$.

13. Considerăm vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$, unde \vec{i} și \vec{j} sunt versorii axelor de coordonate Ox respectiv Oy în sistemul cartezian xOy . Dacă vectorii \vec{u} și \vec{v} sunt coliniari, atunci valoarea parametrului $a \in \mathbb{R}$ poate fi:

- A) $a = -2$; B) $a = 1$; C) $a = -1$; D) $a = 2$.

14. Care dintre următoarele relații sunt adevărate?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A) $\frac{1}{\sin^2 15^\circ} + \frac{1}{\cos^2 15^\circ} = 8\sqrt{3}$; | <input type="checkbox"/> B) $\frac{1}{\sin^2 15^\circ} - \frac{1}{\cos^2 15^\circ} = 8\sqrt{3}$; |
| <input type="checkbox"/> C) $\frac{1}{\sin^2 15^\circ} + \frac{1}{\cos^2 15^\circ} = 16$; | <input type="checkbox"/> D) $\frac{1}{\sin^2 15^\circ} - \frac{1}{\cos^2 15^\circ} = 16$. |

15. Dacă în triunghiul ascuțitunghic ABC are loc relația $BC = 2AC \sin \frac{A}{2}$, atunci:

- A) $AB = \frac{AC}{2}$; B) $AB = AC$; C) $AB = \sqrt{2}AC$; D) $AB = 2AC$.

16. Suma soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2 + x + 3} + \sqrt{x^2 + x - 1} = 2$ este

- A) 0; B) 1; C) 2; D) -1.

17. Fie sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 4 \\ x - z = 5 \\ -3x - y + az = -9 \end{cases}$$

unde $a \in \mathbb{R}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A) Sistemul este compatibil determinat pentru orice $a < 0$;
 B) Când sistemul este compatibil determinat, soluția sa depinde de a ;
 C) Există o valoare a pentru care sistemul este compatibil nedeterminat;
 D) Există o valoare a pentru care sistemul este incompatibil.

18. În câte moduri pot fi așezate 5 persoane într-o mașină cu 7 locuri, dacă numai 3 dintre ele au permis de conducere și la volan este așezată o persoană cu permis?

- [A] 120; [B] 1080; [C] 2520; [D] 5040.

19. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = |x|(e^x - 1)$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] Funcția f nu este derivabilă în 0;
 - [B] Funcția f este continuă în 0;
 - [C] Funcția f este injectivă;
 - [D] Funcția f este surjectivă.

20. Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$. Se știe că tabelul de variație al lui f este cel prezentat mai jos.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$		
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\nearrow	-5	\searrow	\searrow	$-\infty$	$+\infty$	\nearrow	\nearrow	$+\infty$

Atunci valoarea sumei $|a| + |b| + |c|$ este

- [A] 7; [B] 5; [C] 10; [D] 8.

21. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3}$ este

- [A] 0; [B] $\frac{1}{3}$; [C] $\frac{2}{3}$; [D] $+\infty$.

22. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 4)$, $B(7, 0)$ și $C(-1, -8)$. Fie D piciorul bisecțoarei interioare a unghiului A în triunghiul ABC . Atunci suma dintre abscisa și ordonata punctului D este:

- [A] $\frac{36}{17}$; [B] 2; [C] $\frac{23}{9}$; [D] $\frac{32}{19}$.

23. În paralelogramul $ABCD$ notăm $AB = a$, $AD = b$, $BD = d_1$, $AC = d_2$, $m(\widehat{DAB}) = \alpha$. Dacă $\alpha \neq 90^\circ$, atunci care dintre următoarele relații sunt adevărate?

- A** $d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$; **B** $d_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$;
C $d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2$; **D** $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$.

24. Fie $x_n = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \dots \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right)$ pentru fiecare $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- [A] $x_{n+1} < x_n$ pentru fiecare $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$; [B] $\frac{\sqrt{2}}{2} < x_n < 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$;
 [C] $x_2 = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$; [D] $2^n x_n \sin\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) = 1$ pentru fiecare $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

25. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ -2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Știind că $x = -2$ este o soluție a ecuației $f(x) = 0$, care dintre numerele următoare sunt de asemenea soluții ale acestei ecuații?

- A $1 - \sqrt{5}$; B $1 + \sqrt{5}$; C $1 - \sqrt{7}$; D $1 + \sqrt{7}$.

26. Considerăm în \mathbb{R} ecuația

$$\left[\frac{x+1}{2} \right] = \frac{x+1}{3},$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a . Dacă notăm cu S mulțimea soluțiilor acestei ecuații, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $S = (-3, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 3)$; B $S = \{-1, 2\}$;
 C $S = [-2, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 2]$; D $S = \{-4, -1, 2\}$.

27. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compozitie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.

Știind că legea este asociativă, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $1 * (2 * 3) = 2$;
 B Submulțimea $[0, +\infty)$ este parte stabilă în raport cu $*$;
 C există $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $a * x = a$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$;
 D $(\mathbb{R}, *)$ este grup.

28. Considerăm inelul $(R, +, \cdot)$, unde $R = \{a + bi\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{C}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $(R, +, \cdot)$ are cel puțin 3 elemente inversabile;
 B Suma elementelor inversabile ale lui $(R, +, \cdot)$ este 0;
 C $(R, +, \cdot)$ are cel puțin un element inversabil care nu este număr real;
 D $(R, +, \cdot)$ este un corp.

29. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$, fie $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 1$; B $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$; C $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = +\infty$; D $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n > 2$.

30. Considerăm triunghiul dreptunghic ABC ($m(\hat{C}) = 90^\circ$) iar a, b și c lungimile catetelor și respectiv a ipotenuzei acestui triunghi. Considerăm, de asemenea, punctele $E(-1, 0)$, $F(1, 0)$, $M\left(\frac{b-c}{a}, 0\right)$ și dreapta (d) $ax + by + c = 0$. Notăm prin $\text{dist}(X, d)$ distanța de la punctul oarecare X la dreapta d . Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A Punctele $E(-1, 0)$, $F(1, 0)$ aparțin dreptei d ; B $\text{dist}(M, d) = \frac{b}{c}$;
 C Punctul $M\left(\frac{b-c}{a}, 0\right)$ aparține dreptei d . D $\text{dist}(E, d) \cdot \text{dist}(F, d) = \frac{b^2}{c^2}$.