Prelucrarea Imaginilor

Curs 7

Transformări morfologice

Morphological Processing

Alb Negru

Transformări morfologice

Morfologie - provine din **studiul formelor** plantelor şi animalelor.

Morphological Processing = **determinarea structurii obiectelor** din imaginile acestora.

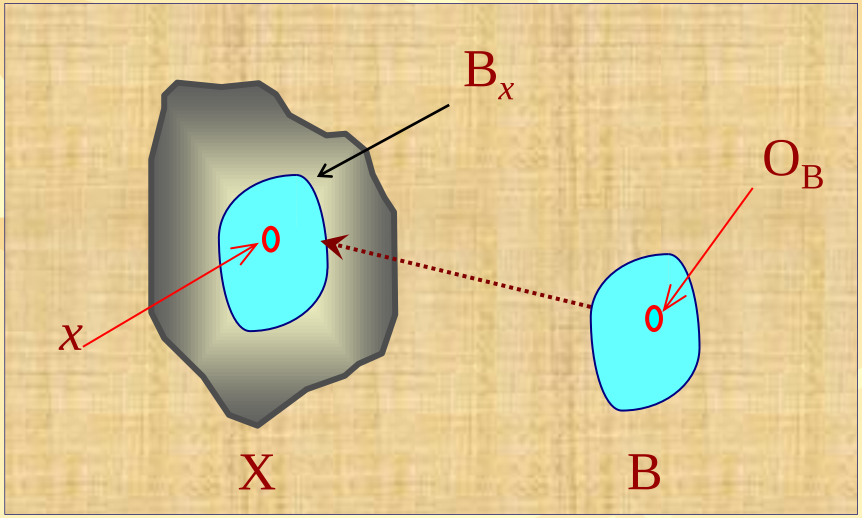
Transformările morfologice constau în **operaţii** prin care **un obiect X este modificat** de către **un element structural B** rezultând o *formă convenabilă* prelucrărilor ulterioare (recunoaşterea formei).

Cele două elemente care interacţionează (**X** şi **B**) sunt reprezentate ca mulţimi din $\mathbf{R}^2$.

Majoritatea *operaţiilor morfologice* pot fi definite prin **două operaţii de bază**, ***eroziune*** şi ***dilatare***.

… pentru imagini Alb ☺ – Negru ☻

Translaţia lui B în x notată cu $\boldsymbol{B_x}$, este acea translaţie pentru care originea elementului structural ***B*** ($\boldsymbol{O_B}$) va coincide cu ***x***.



Eroziunea lui X *de către* ***B***, notată cu ***XΘB***, este mulţimea tuturor punctelor x pentru care $\boldsymbol{B_x} \subset X$:

$$\boldsymbol{X \Theta B} = \{\, x \,/\, \boldsymbol{B_x} \subset X \}.$$

Exemplu:

oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo

Θ

oo
oo

=

oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo
oooooooooo

***Legenda*:**

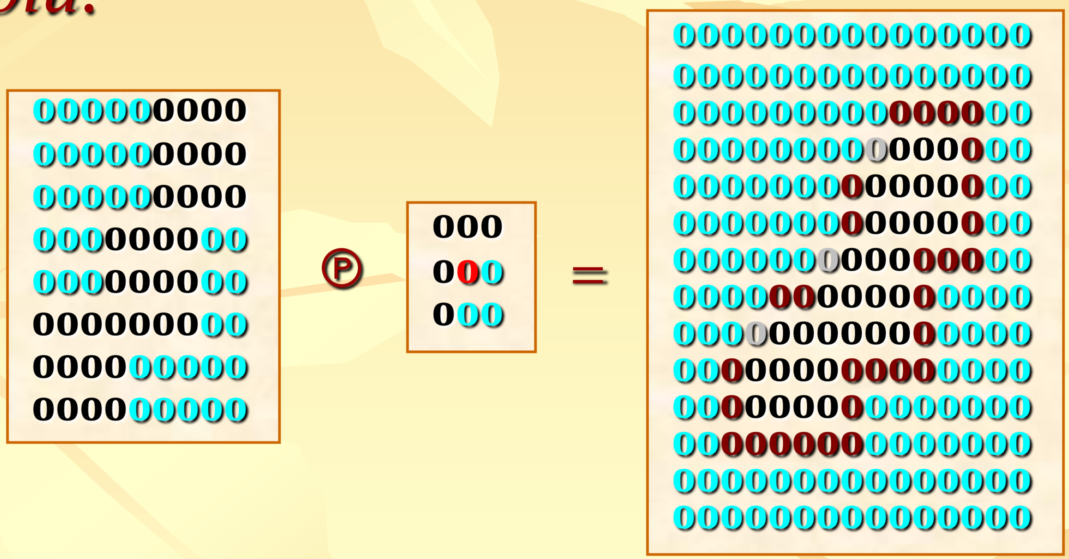
o - *Origine,*
o - *Obiect,*
o - *Fond,*
o - *Sters.*

Se observă că ***eroziunea*** este o operaţie de **micşorare** a obiectului.

Dilatarea lui X *prin* ***B***, notată cu ***X*** Ⓟ ***B***, este mulţimea acelor puncte x pentru care $\boldsymbol{B_x}$ si X au cel puţin un pixel comun:

$$X \, Ⓟ \, B = \{ x \cap B_x \neq \emptyset \}.$$

Exemplu:



***Legenda*:**

o - ***Origine,***

o - ***Obiect,***

o - ***Fond,***

o – ***Sters,***

o - ***Adaugat.***

Se observă că ***dilatarea*** este o operaţie de **extindere** a obiectului.

Cele două transformări morfologice de bază prezentate mai sus au următoarele **proprietăţi:**

a) **Invarianţa la translaţie (Tr) :**

- Tr(X) ℗ B = Tr(X ℗ B) ,
- Tr(X) Θ B = Tr(X Θ B) ;

b) **Nu sunt inversa celeilalte :**

- (X ℗ B) Θ B $\neq$ X ,
- (X Θ B) ℗ B $\neq$ X ;

c) **Distributivitate :**

- X ℗ (B$\cup$B') = (X ℗ B) $\cup$ (X ℗ B') ,
- X Θ (B$\cup$B') = (X Θ B) $\cap$ (X Θ B') ,
- (X $\cap$Y) Θ B = (X Θ B) $\cap$ (Y Θ B) ;

d) Iteraţie :

- $(X \oplus B) \oplus B' = X \oplus (B \oplus B')$,
- $(X \Theta B) \Theta B' = X \Theta (B \oplus B')$,

e) Incluziune :

- Dacă $X \subset X'$ Atunci $X \Theta B \subset X' \Theta B$, $\forall$ B ,

  şi $X \oplus B \subset X' \oplus B'$, $\forall$ B ;

- Dacă $B \subset B'$ Atunci $X \Theta B \subset X \Theta B'$, $\forall$ X;

f) Dualitate (*eroziunea* şi *dilatarea* sunt duale faţă de complementare notată cu X^C):

- $(X^C \oplus B) = (X \Theta B)^C$.

Transformări uzuale derivate din operaţiile de bază (*eroziune* şi *dilatare*). Transformările *axei mediane* şi *subţierea* pot fi descrise (prin expresii) şi realizate prin astfel de transformări (compuse).

a) *Potrivirea*, notată cu X✵B, verifică dacă o structură

$B \in X$ şi $B^C \in X^C$:

$X ✵ B = (X \ominus B) \cap (X^C \ominus B^C) = (X \ominus B) \cap (X \oplus B^C)^C =$

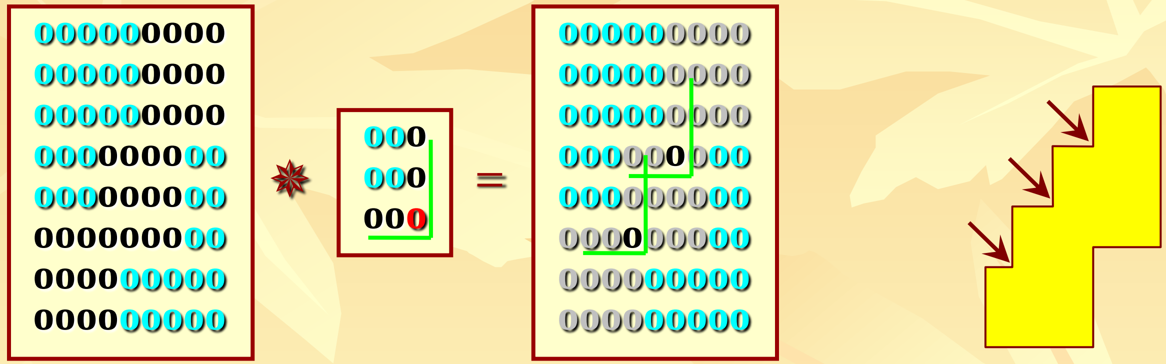
$= (X \ominus B_{Ob}) \setminus (X \oplus B_{Bk})$ (s-a notat B cu B_{Ob}, iar B^C cu B_{Bk})

deoarece $(X^C \oplus B) = (X \ominus B)^C$ (proprietatea **f)** pentru $\forall X$ şi $\forall B$)

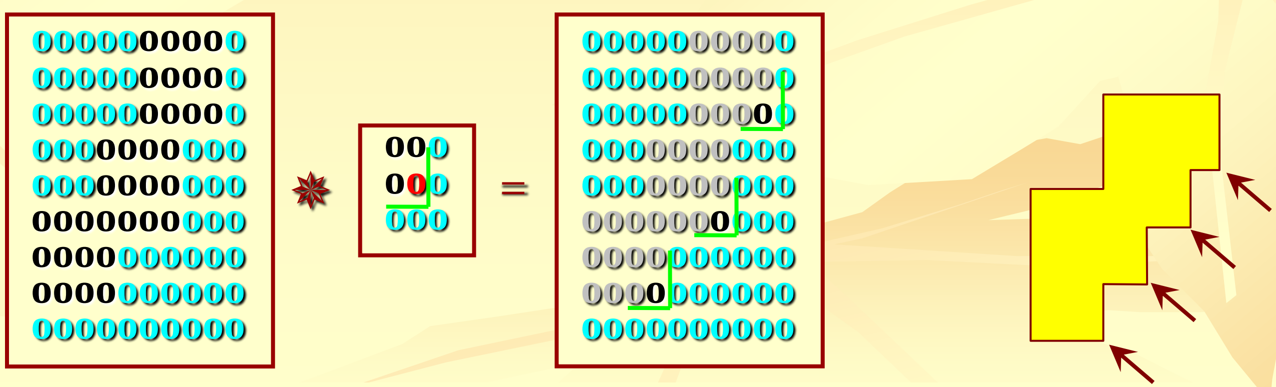
rezultă că $(X \oplus B^C) = (X^C \ominus B^C)^C$ (aplicată pentru X^C şi B^C). (*)

B_{Ob} trebuie să se *potrivească* cu **obiectul X**, iar B_{Bk} cu **fundalul** (*Background*);

În exemplul de mai jos se caută colţurile obiectului pe direcţia dreapta-jos:



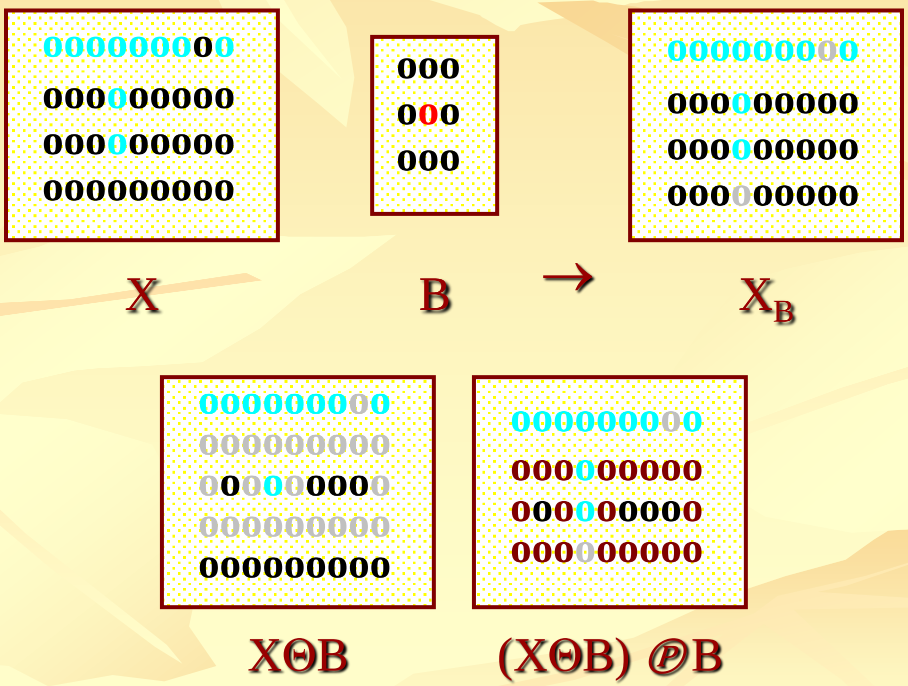
respectiv pe direcţia stânga sus:



b) *Deschiderea* lui X faţă de B, notată cu X_B este domeniul baleiat de toate translaţiile lui B incluse în X:

$$X_B = (X\ \Theta\ B)\ ℗\ B;$$

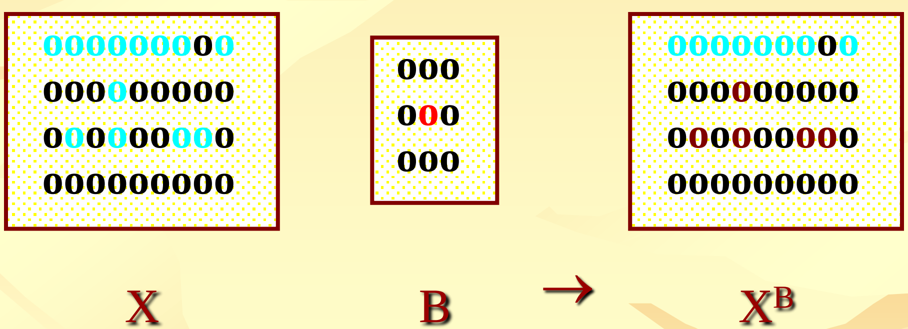
Netezeşte conturul (elimină asperităţile) şi separă *insulele* mici:



c) ***Închiderea*** lui X faţă de B, notată cu X^B este duala deschiderii:

$$X^B = (X \text{ Ⓟ } B)\ \Theta\ B;$$

Blochează (închide) *calanele* înguste şi *lacurile* mici:



d) *Determinarea Conturlui* (δX):

$$\delta X = X \setminus (X \ominus G);$$

Determină punctele de pe *contur* fără a da o ordine a acestora:

000000000			000000000
000000000	000		000000000
000000000	000		000000000
000000000	000		000000000
000000000			000000000
000000000			000000000
X	G	→	δX

Se poate observa în exemplul de mai sus că X$\ominus$G reprezintă *interiorul* lui X, pe care dacă îl eliminăm din X vom obţine *conturul* acestuia.

e) *Subţierea*, ca operaţie mofologică se defineşte astfel:

$$X \oplus B = X \setminus (X \circledast B);$$

Elementul structural uzual este B =

0	0	0
*	o	*
0	0	0

unde: **o** - *obiect*, **o** - *fond*, * - *neutru.*

Pentru o *subţiere simetrică* se va aplica succesiv operaţia descrisă mai sus, utilizând ca element structural obiectul B *rotit*:

$$X \oplus B = ((\ldots((X \oplus B^1) \oplus B^2) \oplus \ldots) \oplus B^n),$$

unde: $B^1 = B$ şi $B^i = \mathit{Rotit}(B^{i-1})$, $1 \le i \le n$.

```
000000000000000      000      000000000000000
000000000000000      000      000000000000000
000000000000000      000      000000000000000
000000000000000               000000000000000
000000000000000               000000000000000
000000000000000               000000000000000
000000000000000               000000000000000
```

X B → X⊕B

f) *Îngroşarea* lui X prin B, notată cu X⊚B este duala *subţierii* şi se defineşte astfel:

$$X \circledcirc B = X \cup (X \circledast B);$$

Elementul structural uzual este B =

o	o	o
*	o	*
o	o	o

unde:
o - *obiect*,
o - *fond*,
* - *neutru*.

```
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
```
X

```
ooo
ooo
ooo
```
B →

```
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
oooooooooooooo
```
X ⊚ B

g) *Scheletul* unui obiect X este definit astfel:

- Fie rD_x discul de rază *r* şi centru x;
- Fie $s_r(x)$ mulţimea centrelor discurilor de rază *r*, maximale, conţinute în X şi care intersectează *conturul* obiectului X în cel puţin două puncte.

Scheletul lui X, notat cu S(X) este mulţimea centrelor $s_r(x)$:

$$S(X) = \bigcup_{r>0} s_r(x) \ , \quad \text{iar } s_r(x) = (X \Theta rD) \setminus (X \Theta rD)_{drD} \ ,$$

unde *drD* este un disc oricât de mic;

Obiectul X reconstituit din scheletul său este:

$$X = \bigcup_{r>0} [s_r(x) \circledP \ rD] \ .$$

Pentru a obţine *scheletul* unui obiect vom înlocui discul ***rD*** **cu elementul de structură (G)** definit de un pătrat de dimensiuni 3x3.

X	G	S(X)
0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000	000 000 000	0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000 0000000

X G → S(X)

În acest mod putem obţine

- *Scheletul* lui X:

$$S(X) = \bigcup_{r>0}^{n_{max}} s_n(x) = \bigcup_{r>0}^{n_{max}} [(X \ominus nG) \setminus (X \ominus nG)_G],$$

unde n_{max} este cel mai mic n pentru care $X \ominus nG = \emptyset$

(erodat succesiv devine vid);

- Obiectul X *reconstituit*:

$$X = \bigcup_{r>0}^{n_{max}} [s_n(x) \textcircled{P}\, nG].$$

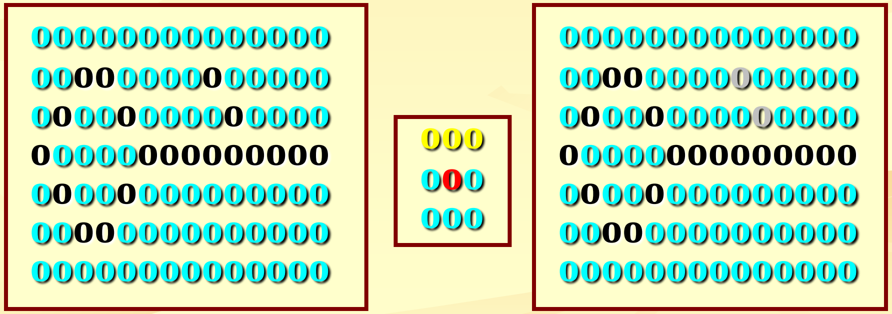
h) *Curăţare* (*Prune*), elimină ramurile nedorite, care pot rezulta la o operaţie de *subţiere*:

$$X_{pn} = X_1 \cup [\, (X_2 \textcircled{\scriptsize P} G) \cap X \,] ,$$ **unde:**

- $X_1 = X \oplus E \quad ;$
- $X_2 = \bigcup_{j=1}^{8} [\, X_1 \circledast E^j \,] ;$

$$E = \begin{bmatrix} * & * & * \\ \boxed{\begin{matrix} o & o & o \\ o & o & o \end{matrix}} \end{bmatrix}$$

unde: **o** - *obiect*, **o** - *fond*, * - *neutru.*



X G → X_{pn}

Tema Alb ☺ – Negru ☻

1. Realizaţi *Transformările morfologice :*

o) ***Eroziunea* și *Dilatarea***

a) ***Potrivirea***

b) ***Deschiderea***

c) ***Închiderea***

d) ***Determinarea Conturlui***

e) ***Subţierea,***

f) ***Îngroşarea***

g) ***Scheletul** (si reconstituirea)*

h) ***Curăţare***

2. Verificati *Proprietatile Transformărilor morfologice :*

a) ***Invarianţa la translaţie***

b) ***Nu sunt inversa celeilalte***

c) ***Distributivitate***

d) ***Iteraţie***

e) ***Incluziune***

f) ***Dualitate***

Alb Negru