

4.4 Transformări ale imaginilor.

În general, putem spune că transformarea unei imagini se adresează ochiului uman, pentru a putea observa mai bine anumite caracteristici ale imaginii studiate, sau prelucrării automate în scopul recunoașterii formelor.

Scopul transformărilor descrise în acest paragraf este de a obține anumite structuri formate din linii și curbe (imagini de tip 3) necesare *recunoașterii formelor*. În analiza imaginilor, o etapă importantă o constituie *extragerea caracteristicilor* în scopul descrierii sau interpretării scenelor, urmată de o altă etapă și anume *segmentare* care presupune printre altele *determinarea conturului*.

4.4.1 Determinarea conturului

Determinarea conturului este transformarea unei imagini de tip 2 (alb-negru) în imagine de tip 3 (formată din linii și curbe), după clasificarea dată în [[27].

Muchiile, care caracterizează *conturul obiectului* (conturul fiind descris prin muchii), sunt utile în recunoașterea obiectelor (clasificarea în cazul reprezentărilor codificate). *Muchiile* sunt locații de pixeli cu salturi mari de *nuanță (nivel) de gri*. În imaginile *alb-negru*, muchiile sunt formate din puncte (pixeli) de culoare neagră cu cel puțin un punct alb în *vecinătate*.

În rezolvarea aceste probleme trebuie precizate următoarele :

a) *Conexitatea*, adică definirea *vecinătății*.

Putem considera că un punct $P(j,i)$ are **patru** vecini (pe cele patru direcții, $r(P)$, $u(P)$, $l(P)$, $d(P)$, vezi Figura 85) din fereastra ecran (V_E):

$$V_4(P) = \{ Q \in V_E / \delta(P,Q) = 1 \}$$

sau **opt** vecini :

$$V_8(P) = \{ Q \in V_E / 1 \leq \delta(P,Q) < 2 \}$$

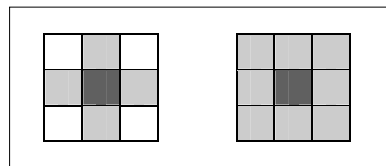


Figura 85 - Vecinătăți

b) Precizarea apartenenței conturului (*Interior* sau *Exterior*).

Grafica 3D+

Dacă imaginea este *alb-negru*, atunci vom preciza culoarea fondului și culoarea obiectului. Practic vom preciza o culoare (*alb* sau *negru*) care reprezintă culoarea punctelor pentru care se verifică apartenența la contur (vezi Figura 86, unde conturul poate fi unul dintre cele două).

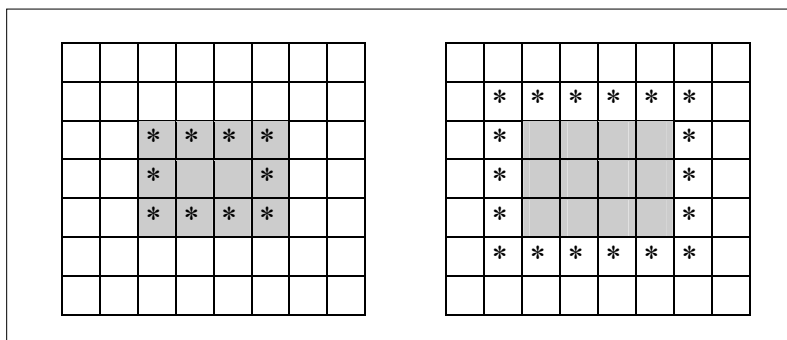


Figura 86 – Contur interior sau exterior

De exemplu $P \in \text{Conturului}$ dacă

- $Culoare(P) = \text{Negru}$ și
- $|\{Q \in V_v(P) / Culoare(Q) = \text{Alb}\}| > 1$

Practic se verifică pentru fiecare punct $P \in V_E$ condițiile de tipul celor de mai sus, sau mai simplu, putem spune că $P \in \text{Conturului}$ dacă următoarea expresie este adevărată

$$Ob(P) \text{ Xor } (Ob(u(P)) \text{ Or } (Ob(d(P)))) \text{ Or } (Ob(P) \text{ Xor } (Ob(l(P)) \text{ Or } (Ob(r(P))))$$

unde:

$$Ob(P) = (Culoare(P) = Culoare_Obiect), \quad Culoare_Obiect \in \{Alb, Negru\}$$

c) Obținerea *descrierii conturului* prin traversarea punctelor determinate.

Mulțimea punctelor P determinate anterior se va ordona, prin parcurgerea acestei din vecin în vecin (rezultând și șirul comenzilor de descriere, adică Π -cuvântul corespunzător) începând cu un punct ales din contur (de exemplu cel mai din stânga-sus), până se revine la punctul inițial sau nu se mai poate deplasa.

Cresterea Realismului Imaginilor

Dacă mai există puncte din contur netraversate se construiește alt cuvânt de descriere și așa mai departe. În final vom avea o mulțime de Π -cuvinte de descriere, deci un Π -limbaj (așa cum se poate vedea în Figura 87 unde vor fi trei cuvinte de descriere).

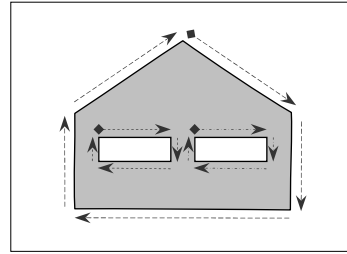


Figura 87 – Descrierea conturului

4.4.2 Scheletizare

Obiectele sau scenele pot fi descrise prin diverse structuri compuse din diferite elemente (linii, curbe, etc). De exemplu în recunoașterea caracterelor, amprentelor, cromozomilor, a norilor, etc., sunt necesare *transformări ale axei mediane* în scopul obținerii unei descrieri a obiectului studiat. În cele ce urmează vor fi prezentate două clase de algoritmi și anume: de *scheletizare* și de *subțiere*.

Intuitiv, putem să definim *scheletul* ca fiind mulțimea punctelor în care se întâlnesc cel puțin două tangente la contur care pleacă cu aceeași viteză (vezi Figura 88).

Practic, *scheletul* unui obiect O_b este definit ca fiind mulțimea punctelor $P \in O_b$ pentru care distanța până la cel mai apropiat punct de pe contur (notată cu $\delta(P)$) realizează un maxim local.

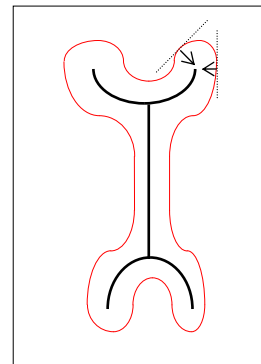


Figura 88 - Schelet

Algoritmul de determinare a scheletului unui obiect (Figura 89) este următorul:

- Calculează $\delta(P)$ pentru toate punctele $P \in O_b$:
 - $\delta_0(P) = \text{Culoare}(P) \in \{0, 1\}, \forall P \in O_b$;
 - $0 = \text{Negru}$ este culoarea fondului iar
 - $1 = \text{Alb}$ este culoarea obiectului;

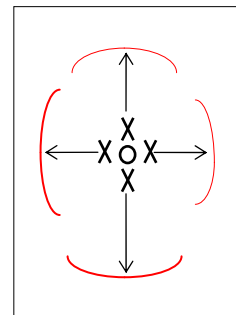


Figura 89 – Calcul $\delta(P)$

- $\delta_k(P) = Culoare(P) + \underset{P \in V_4(P)}{\text{Min}} \delta_{k-1}(P), \forall P \in Ob,$

$k=1,2,\dots,\text{lățimea obiectului};$

- Determină $Scheletul = \{ S \in Ob / \delta(S) \geq \delta(P), \forall P \in V_4(S) \}$

Reconstituirea obiectului având scheletul acestuia se poate realiza utilizând formula:

$$Ob_r = \bigcup_{P \in Schel} \{ O \in V_E / d(O,P) < \delta(P) \}$$

(practic prin desenarea *discurilor*, formate din puncte O, de centru P și rază $\delta(P)$, pentru fiecare punct $P \in Ob$).

4.4.3 Subțiere

Algoritmii de subțiere urmăresc transformarea obiectelor într-un set de arce digitale aflate de-a lungul *axelor mediane* (vezi Figura 90).

O caracteristică importantă a acestor algoritmi constă în faptul că structura obținută nu depinde de neregularitățile mici ale conturului.

Strategia acestor algoritmi poate fi următoarea: se elimină punctele $P \in Ob \cap Contur(Ob)$, adică acele puncte de pe *marginea sau frontiera* obiectului, care îndeplinesc următoarele condiții:

- au cel puțin doi vecini ($\in Ob$);

$$|V_8(P) \cap Ob| \geq 2 \quad (Nv(P) > 1)$$

- nu provoacă prin eliminare o deconectare a obiectului (rupere a legăturilor):

$$Ob \text{ este conex} \rightarrow Ob \setminus \{P\} \text{ este conex.}$$

Spunem că **R** este o regiune *conexă* dacă pentru $\forall P, Q \in R$ există $P_0=P, P_1, \dots, P_n=Q \in Ob$ astfel încât $P_i \in V_8(P_{i-1}), \forall i=1,2,\dots,n$.

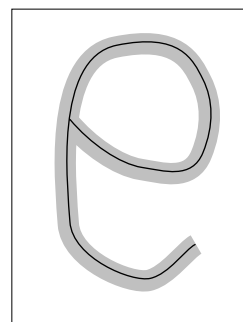


Figura 90 - Subțiere

Cresterea Realismului Imaginilor

Se observă că extremitățile arcelor subțiri nu trebuie eliminate.

Notăm *Numărul vecinilor* punctului P (de culoare albă, $\in Ob$) astfel:

$$Nv(P) ::= |\{Q/Q \in Ob\} \cap V_8(P)|.$$

Numărul tranzițiilor de la 0 la 1 în șirul punctelor $P_1, P_2, \dots, P_8, P_9 = P_1$ este:

$$Nt(P) ::= |\{i \in \{1, \dots, 8\} / P_i \notin Ob \text{ și } P_{i+1} \in Ob\} \cap V_8(P)|$$

(vezi Figura 91, unde $Nt(P) = 2$)

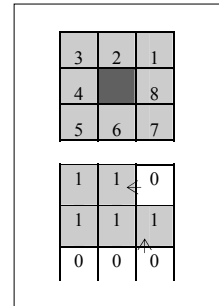


Figura 91 - Tranziții

Punctul $P \in Ob$ se poate elimina dacă următoarele condiții sunt îndeplinite:

- $2 \leq Nv(P) \leq 6$ (dacă $Nv(P) = 1$ atunci P este extremitate, iar dacă $Nv(P) > 6$ atunci P este punct interior, deci nu se poate elimina nici în acest caz);
- $Nt(P) = 1$ (pentru a nu deconecta obiectul).

Algoritmul constă în determinarea și eliminarea punctelor care îndeplinesc condițiile de mai sus. Verificarea condițiilor se repetă până când nu mai sunt modificări în imagine. Algoritmul transformă o imagine într-un set de arce legate (conectate) pe patru direcții, deci care pot fi descrise prin Π -cuvinte.

4.5 Transformări morfologice (Morphological Processing)

Termenul de *morfologie* provine din studiul formelor plantelor și animalelor, dar pentru noi, *Morphological Processing* ([5,9,25,50,52]), înseamnă determinarea structurii obiectelor din imaginile acestora.

Transformările morfologice constau în operații ([16]) prin care un obiect X este modificat de către un element structural B rezultând o formă convenabilă prelucrărilor ulterioare (recunoașterea formei). Cele două elemente care interacționează (X și B) sunt reprezentate ca mulțimi din spațiul Euclidian bidimensional (descrise în [1,4,15,17,20,51,53,54]).

Majoritatea operațiilor morfologice pot fi definite prin două operații de bază, *eroziune* și *dilatare* descrise în cele ce urmează.

4.5.1 Transformări morfologice pentru imagini Alb-Negru

Translația lui B în x notată cu B_x , este acea translație pentru care originea elementului structural B (O_B) va coincide cu x (vezi Figura 92).

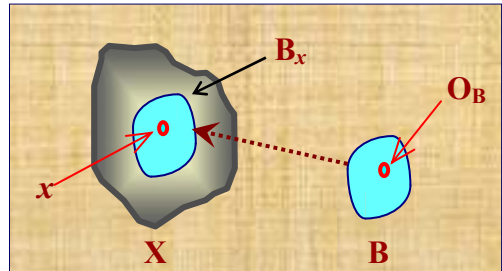
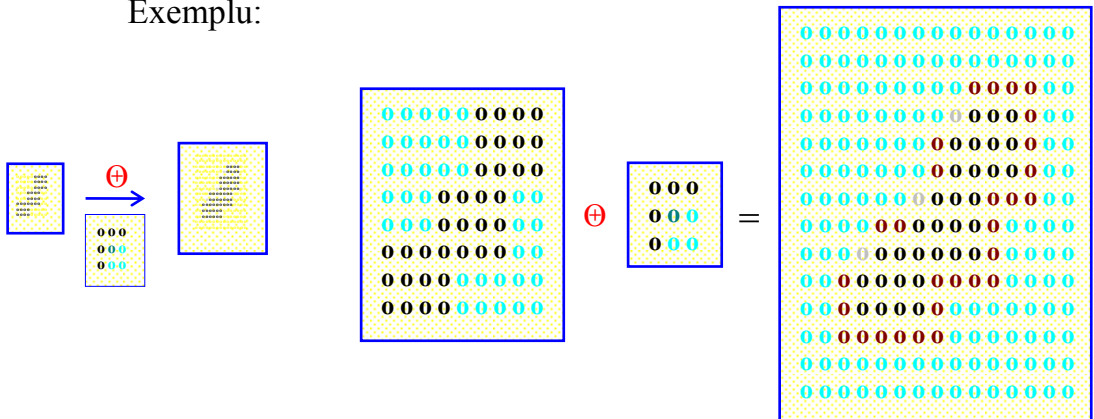


Figura 92 - Translația

Eroziunea lui X de către B, notată cu $X \ominus B$, este mulțimea tuturor punctelor x pentru care B_x este inclusă în X:

$$X \ominus B = \{ x / B_x \subset X \}.$$

Exemplu:



Se observă că *eroziunea* este o operație de micșorare a obiectului.

Legendă:

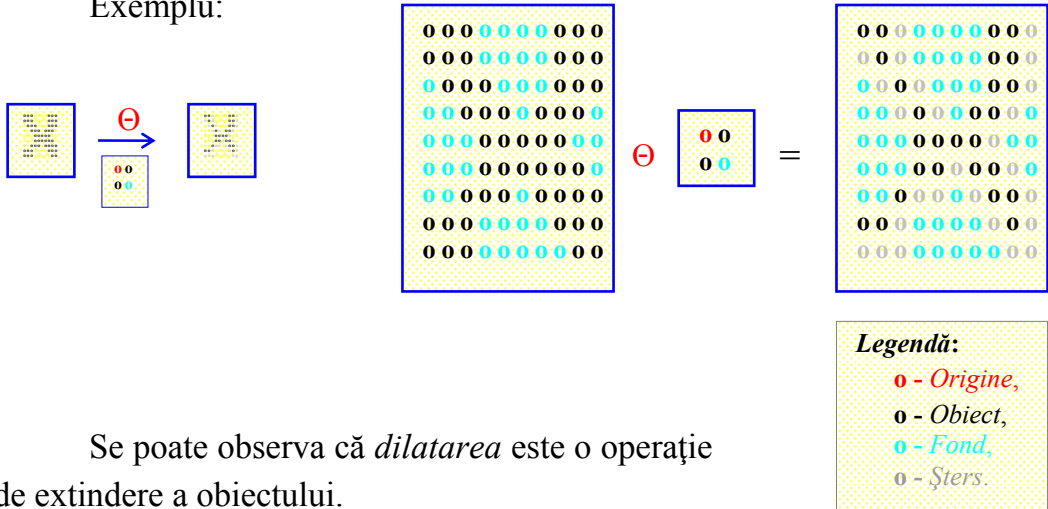
- o - Origine,
- o - Obiect,
- o - Fond,
- o - Șters,
- o - Adăugat.

Cresterea Realismului Imaginilor

Dilatarea lui X prin B, notată cu $X \ominus B$, este mulțimea acelor puncte x pentru care B_x și X au cel puțin un element (punct) comun:

$$X \ominus B = \{ x / B_x \cap X \neq \emptyset \}$$

Exemplu:



Se poate observa că *dilatarea* este o operație de extindere a obiectului.

Cele două transformări morfologice de bază prezentate mai sus au următoarele proprietăți:

a) Invarianța la translație (*Tr*):

- $Tr(X) \ominus B = Tr(X \ominus B)$,
- $Tr(X) \ominus B = Tr(X \ominus B)$;

b) Nu sunt inversa celeilalte:

- $(X \ominus B) \ominus B \neq X$,
- $(X \ominus B) \ominus B \neq X$;

c) Distributivitate:

- $X \ominus (B \cup B') = (X \ominus B) \cup (X \ominus B')$,
- $X \ominus (B \cap B') = (X \ominus B) \cap (X \ominus B')$,
- $(X \cap Y) \ominus B = (X \ominus B) \cap (Y \ominus B)$;

d) Iterație:

- $(X \ominus B) \ominus B' = X \ominus (B \ominus B')$,
- $(X \ominus B) \ominus B' = X \ominus (B \ominus B')$,

Grafica 3D+

e) Incluziune:

- Dacă $X \subset X'$ Atunci $X \ominus B \subset X' \ominus B$, $\forall B$,
și $X \oplus B \subset X' \oplus B$, $\forall B$;
- Dacă $B \subset B'$ Atunci $X \ominus B \subset X \ominus B'$, $\forall X$;

f) Dualitate (*eroziunea și dilatarea sunt duale față de complementare*):

$$- (X^C \ominus B) = (X \ominus B)^C .$$

În continuare vom prezenta câteva transformări uzuale, derivate din operațiile de bază (*eroziune și dilatare*) descrise mai sus. Vom vedea că *transformările axei mediane și subțierea* pot fi descrise și realizate prin astfel de transformări morfologice.

a) *Potrivirea*, notată cu $X \circledast B$, verifică dacă o structură $B \in X$ și $B^C \in X^C$:

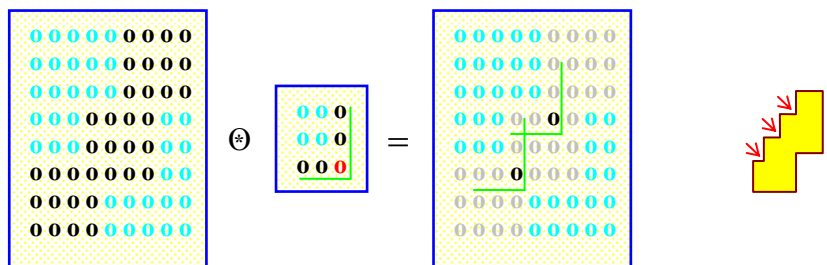
$$\begin{aligned}
 - X \circledast B &= (X \ominus B) \cap (X^C \ominus B^C)^* = (X \ominus B) \cap (X \oplus B^C)^C = \\
 &= (X \ominus B_{Ob}) \setminus (X \oplus B_{Bk}) \quad (\text{s-a notat } B \text{ cu } B_{Ob}, \text{ iar } B^C \text{ cu } B_{Bk})
 \end{aligned}$$

pentru că dacă $(X^C \ominus B) = (X \ominus B)^C$ (proprietatea f) pentru $\forall X$ și $\forall B$) rezultă că

$$(X \oplus B^C) = (X^C \ominus B^C)^C \text{ (aplicată pentru } X^C \text{ și } B^C). \quad (*)$$

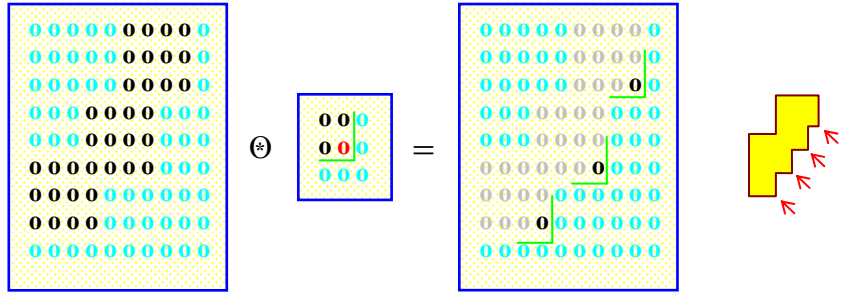
B_{Ob} trebuie să se potrivească cu obiectul X , iar B_{Bk} cu fundalul (*Background*).

În exemplele de mai jos se caută colțurile obiectului pe direcția *dreapta-jos*:



Cresterea Realismului Imaginilor

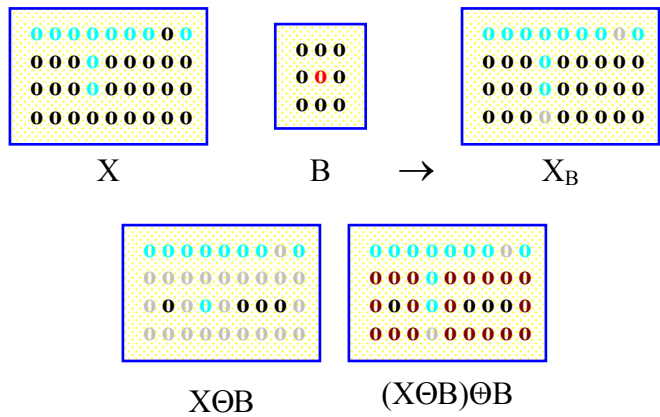
respectiv pe direcția *stânga-sus*:



b) *Deschiderea* lui X față de B, notată cu X_B este domeniul baleiat de toate translațiile lui B incluse în X:

$$- X_B = (X \ominus B) \oplus B;$$

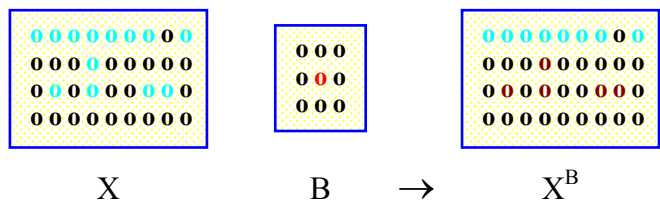
Netezește conturul (elimină asperitățile) și separă *insulele* mici:



c) *Închiderea* lui X față de B, notată cu X^B este duala *deschiderii*:

$$- X^B = (X \oplus B) \ominus B;$$

Blochează (închide) *calanele* înguste și *lacurile* mici:

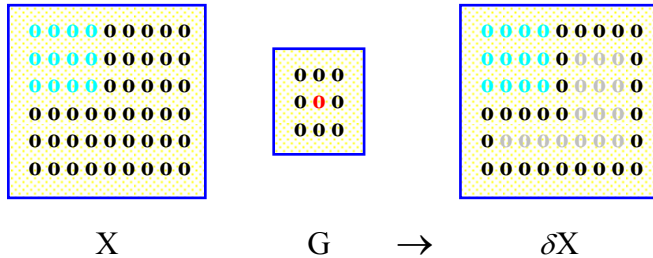


Grafica 3D+

d) *Determinarea Conturlui* (δX):

$$- \delta X = X \setminus (X \ominus G);$$

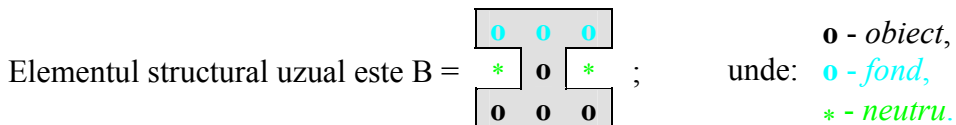
Determină punctele de pe contur fără a da o ordine a acestora:



Se poate observa în exemplul de mai sus că $X \ominus G$ reprezintă *interiorul* lui X , pe care dacă îl eliminăm din X vom obține *conturul* acestuia.

e) *Subțierea*, ca operație morfologică se definește astfel:

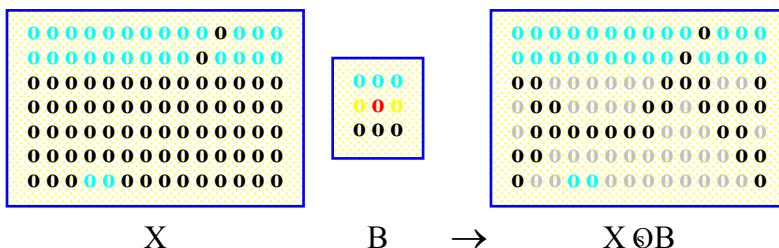
$$- X \ominus B = X \setminus (X * B);$$



Pentru o *subțiere simetrică* se va aplica succesiv operația descrisă mai sus, utilizând ca element structural obiectul B rotit:

$$X \ominus B = (((...((X \ominus B^1) \ominus B^2) \ominus ...) \ominus B^n),$$

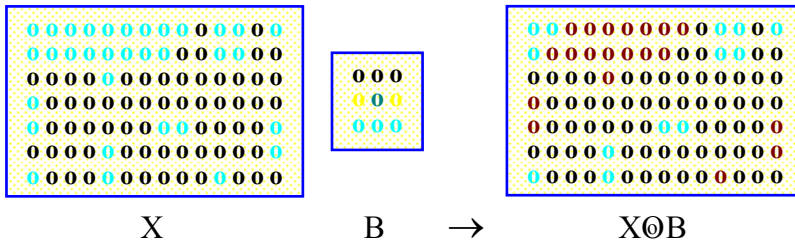
unde: $B^1=B$ și $B^i = Rotit(B^{i-1}), 1 \leq i \leq n$.



Cresterea Realismului Imaginilor

f) *Îngroșarea* lui X prin B , notată cu $X \odot B$ este duala *subțierii* și se definește astfel:

$$- X \odot B = X \cup (X \odot B);$$



g) *Scheletul* unui obiect X este definit astfel:

- Fie rD_x discul de rază r și centru x ;
- Fie $s_r(x)$ mulțimea centrelor discurilor de rază r , maximale, conținute în X și care intersectează conturul obiectului X în cel puțin două puncte.

Scheletul lui X , notat cu $S(X)$ este mulțimea centrelor $s_r(x)$:

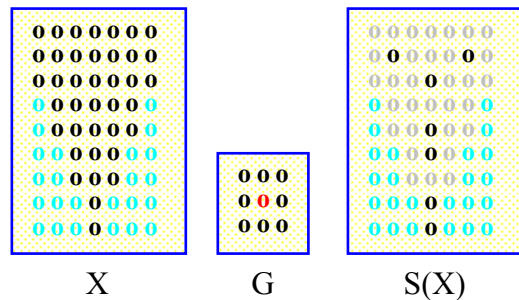
$$- S(X) = \bigcup_{r>0} s_r(x), \quad \text{iar } s_r(x) = (X \ominus rD) \setminus (X \ominus rD)_{drD},$$

unde drD este un disc oricât de mic;

Obiectul X reconstituit din scheletul său este:

$$- X = \bigcup_{r>0} [s_r(x) \oplus rD]$$

Pentru a obține scheletul unui obiect vom înlocui discul rD cu elementul de structură (G) definit de un pătrat de dimensiuni 3x3 așa cum se opate vedea în exemplul alăturat.



Grafica 3D+

În acest mod putem obține

- *Scheletul* lui X:

$$- S(X) = \bigcup_{n=0}^{n_{max}} s_n(x) = \bigcup_{n=0}^{n_{max}} [(X \ominus nG) \setminus (X \ominus nG)_G], \text{ unde } n_{max} \text{ este}$$

cel mai mic n pentru care $X \ominus nG = \emptyset$ (erodat succesiv devine vid);

- *Obiectul* X reconstituit este dat de formula:

$$- X = \bigcup_{n=0}^{n_{max}} [s_n(x) \oplus nG].$$

h) *Curățare (Prune)*, elimină ramurile nedorite, care pot rezulta la o operație de subțiere:

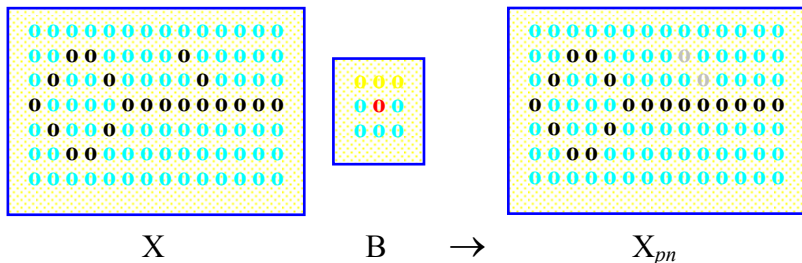
$$- X_{pn} = X_1 \cup [(X_2 \oplus G) \cap X], \text{ unde:}$$

- $X_1 = X \ominus E$;

- $X_2 = \bigcup_{j=1}^8 [X_1 \oplus E^j]$;

- $E = \begin{matrix} * & * & * \\ \text{0} & \text{0} & \text{0} \\ \text{0} & \text{0} & \text{0} \end{matrix}$

$\left(\begin{matrix} \text{0} - \text{obiect}, \\ \text{0} - \text{fond}, \\ * - \text{neutru.} \end{matrix} \right)$



4.5.2 Transformări morfologice pentru imagini cu nuanțe de Gri

Aceste transformări (Morphological Processing of *Gray-Scale images* [[37,49]) sunt utilizate în extragerea componentelor unei imagini la reprezentarea și descrierea următoarelor operații:

- *Extragere contur, Schelet, Îvelitoare convexă, Filtrare, Subțiere, Curățare, ...*

În descrierile următoare am notat funcțiile corespunzătoare valorilor nuanțelor de gri astfel:

- $X(x,y) \rightarrow \text{obiect}$
- $B(x,y) \rightarrow \text{element structural}$

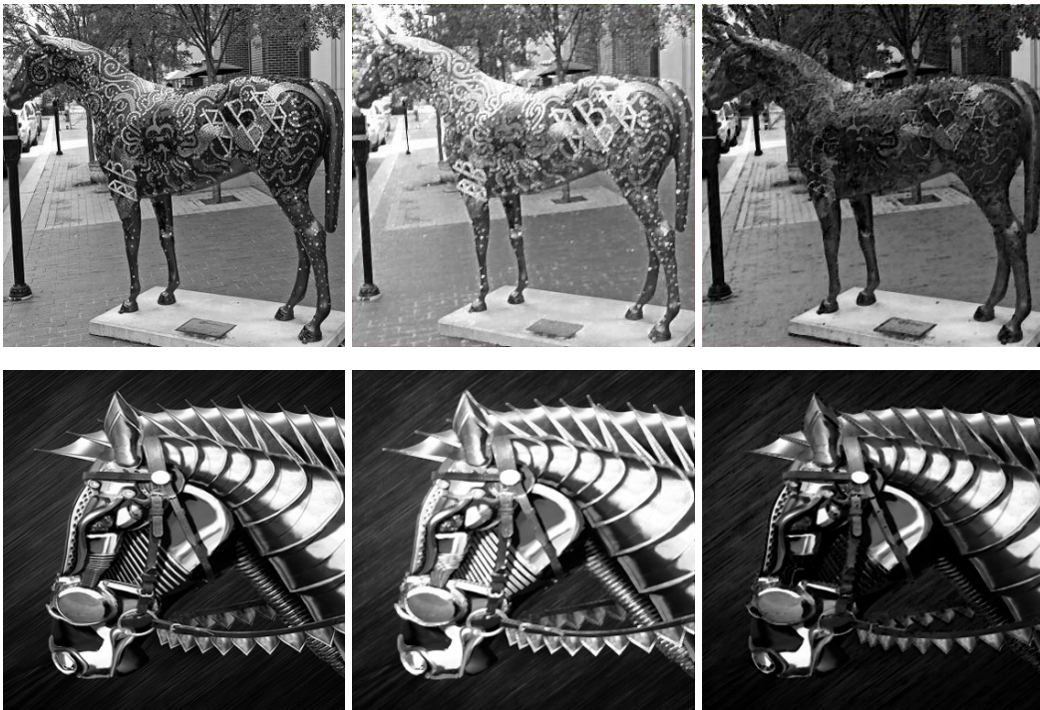
Operațiile de bază (elementare) pot fi definite astfel (vezi Figura 93):

- **Dilatarea** lui X prin B , notată cu $X \oplus B$ este:

$$(X \oplus B)(s,t) = \text{Max}\{X(s-x,y-t)+B(x,y) / ((s-x),(y-t)) \in X, (x,y) \in B\}$$

- **Eroziunea** lui X de către B , notată cu $X \ominus B$ este:

$$(X \ominus B)(s,t) = \text{Min}\{X(s+x,y+t)-B(x,y) / ((s+x),(y+t)) \in X, (x,y) \in B\}$$



X

$X \oplus B$

$X \ominus B$

Figura 93 - Exemple Dilatare (\oplus) și Eroziune (\ominus)

Grafica 3D+

Aceste operații (*eroziunea și dilatarea*) sunt duale față de complementare (notată cu X^C).

➤ **Dualitate eroziune-dilatare:**

$$(X^C \ominus -B)(s,t) = (X \ominus B)^C(s,t),$$

unde:

$$X^C = -X(x,y) \quad \text{și} \quad -B = B(-x,-y).$$

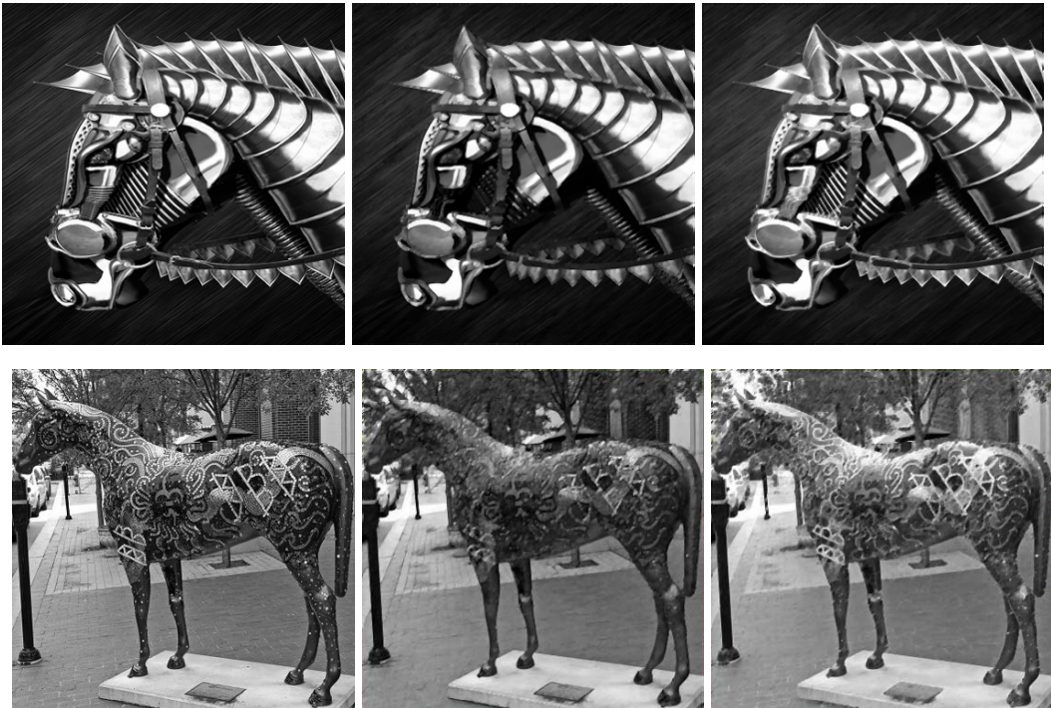
Operațiile de *Deschidere* și *Închidere* (vezi Figura 94) sunt definite astfel:

➤ **Deschiderea** lui X față de B , notată cu X_B este :

$$X_B = (X \ominus B) \oplus B;$$

➤ **Închiderea** lui X față de B , notată cu X^B este:

$$X^B = (X \oplus B) \ominus B;$$



X

X_B

X^B

Figura 94 - Exemple Deschidere (X_B) și Închidere (X^B)

➤ **Dualitate deschidere-închidere:**

$$(X^B)^C = (X^C)_{(-B)}$$

Cresterea Realismului Imaginilor

- **Netezirea morfologică** are ca efect atenuarea nuanțelor deschise sau închise precum și a zgomotului (vezi Figura 95). Această operație este definită astfel:

$$X_{Nm} = (X_B)^B;$$



Figura 95 - Exemple *Netezire morfologică* (X_{Nm})

- **Gradientul morfologic** reprezintă diferența dintre dilatare și eroziune (vezi Figura 96):

$$X_{Gm} = (X \oplus B) - (X \ominus B);$$

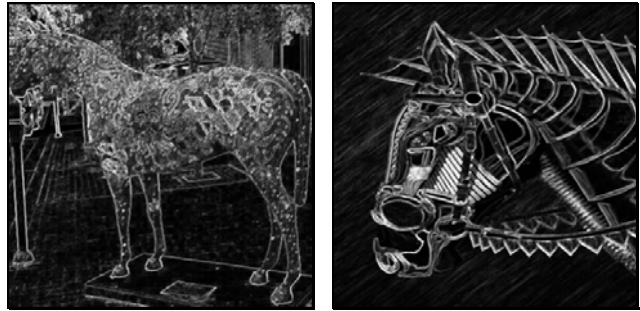


Figura 96 - Exemple *Gradient morfologic* (X_{Gm})

- **Top-Hat** (vezi Figura 97) pune în evidență diferențele deschiderii față de imaginea inițială:

$$X_{Th} = X - X_B;$$

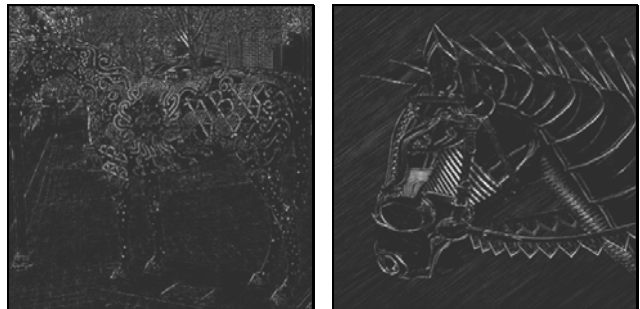


Figura 97 - Exemple *Top-Hat* (X_{Th})

➤ **Segmentarea texturală** (*texture segmentation*) își propune împărțirea unei imagini în regiuni, care să conțină o singură textură diferită față de regiunile vecine (vezi Figura 98).

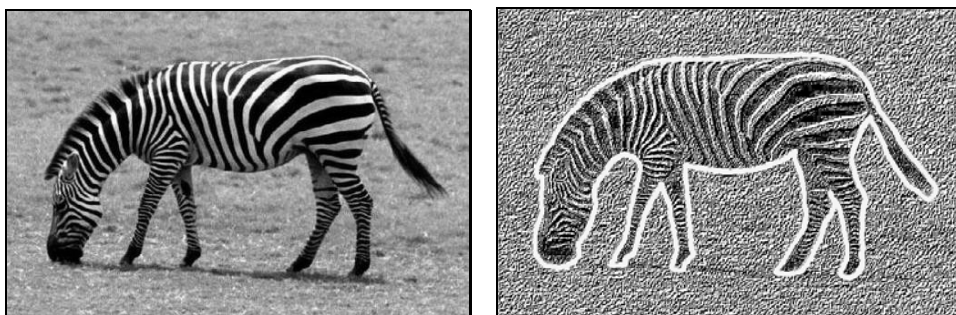


Figura 98 – Separarea texturilor

Un aspect important în separarea texturilor îl reprezintă alegerea dimensiunii operatorului. Operatorii mici sunt sensibili la zgomot de imagine și va rezulta numeroase regiuni mici, iar cei mari operatori face o treaba mai rău de localizare limite între două texturi, și pot conduce la confuzii la granițele dintre texturi diferite. În cazul în care sunt utilizați operatori de dimensiuni diferite pentru aceeași imagine, va rămâne de rezolvat problema de combinare a rezultatelor obținute succesiv. De exemplu, pentru separarea celor două zone care conțin granule de dimensiuni diferite (reprezentate în Figura 99) putem proceda astfel:

- Se aplică succesiv operatorul de închidere utilizând elemente structurale mai mari decât elementele de textură mici;
- Se aplică operatorul de deschidere utilizând un element structural mai mare decât distanța dintre elementele de textură mari;
- Având o regiune deschisă în stânga și una închisă în dreapta (vezi Figura 99), vom folosi un prag simplu pentru a obține granița dintre cele două texturi.

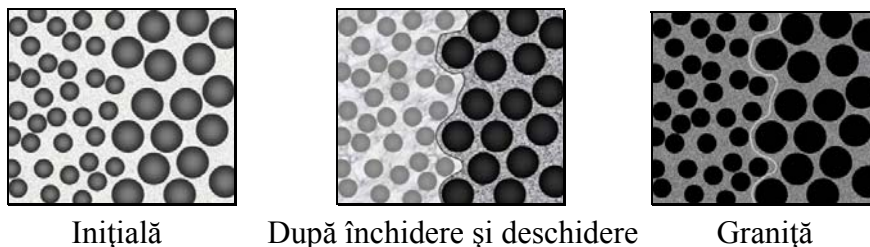
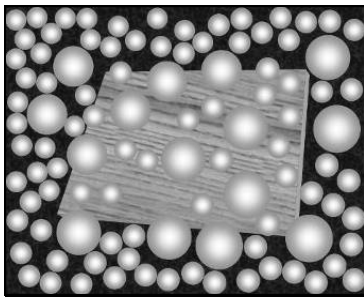


Figura 99 - Exemplu de *Segmentare texturală*

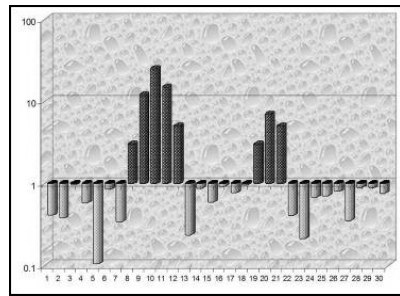
Cresterea Realismului Imaginilor

➤ **Granulometria (Granulometry)** - determină distribuția dimensiunii particulelor dintr-o imagine astfel:

- Se aplică succesiv operatorul de deschidere utilizând elemente structurale tot mai mari;
- Se calculează diferența dintre imaginea inițială și cea obținută prin deschidere la fiecare pas;
- În final aceste diferențe sunt normalizate și utilizate la construirea histogramei (vezi Figura 100), bazându-ne pe faptul că *deschiderea* corespunzătoare unei anumite dimensiuni are efect maxim în regiunile care contin particule cu dimensiunea respectivă.



Imagine



Histogramă

Figura 100 - Exemplu pentru *Granulometrie*

Utilizând transformările morfologice, analiza unei astfel de imagini (Figura 100) se poate realiza astfel [[23]:

- Notăm cu B^k rezultatul operației de dilatare a elementului structural aplicată de k ori:

$$B^k = B \oplus \dots \oplus B \quad (\text{de } k \text{ ori}).$$

- Fie $\gamma_k(X)$ rezultatul operației de *deschidere* a imaginii X cu elementul structural definit anterior (B^k):

$$\gamma_k(X) = X_{B^k}$$

- Utilizând aceste notații, **funcția de granulometrie** (Gr) care returnează numărul de elemente din imaginea X la pasul k este:

$$Gr_k(X) = | \gamma_k(X) |$$

- **Cantitatea relativă** (Cr) a elementelor de dimensiune k este dată de diferența:

$$Cr_k(X) = G_k(X) - G_{k+1}(X), \quad k=1,2,\dots$$

4.5.3 Transformări morfologice pentru imagini **Color**

Există în literatură numeroase abordări în domeniul generalizării acestor transformări. În cele ce urmează vom prezenta pe scurt două dintre acestea.

4.5.3.1 Vectori în spațiul HSV

Extinderea operatorilor morfologici de la imagini cu nuanțe de gri la cele color, presupune o relație de ordonare în spațiul culorilor (**Hue** $\in [0,360)$, **Saturation** $\in [0,1]$, **Value** $\in [0,1]$, în cazul nostru). La fel ca și pentru imaginile gri, vor fi redefinite doar transformările elementare (de bază, ilustrate în exemplele din Figura 101), iar cele compuse rămân neschimbate (având aceleași expresii din definițiile anterioare, și exemplificate în Figura 102 și în Figura 103):

- **Eroziunea** (*Vector Erosion*) unei imagini color f utilizând elementul structural g într-un punct x este:

$$(f \ominus g)(x) = \bigwedge \{f(z) - g_x(z)\}, \quad \text{pentru } \forall z \in D[f] \cap D[g_x]$$

Practic, se translatează g cu originea în x , se determină diferențele dintre culorile corespunzătoare pentru toate punctele $z \in D[f] \cap D[g_x]$, apoi se determină minimumul dintre aceste diferențe ($D[f]$ = domeniul lui f).

- **Dilatarea** (*Vector Dilation*) unei imagini color f utilizând elementul structural g într-un punct x este:

$$(f \oplus g)(x) = \bigvee \{f(z) + g_x(-z)\}, \quad \text{pentru } \forall z \in D[f] \cap D[g'_x]$$

4.5.3.2 Transformări morfologice *Soft* (*Soft Morphological Color*)

Operațiile de bază sunt definite astfel:

- **Eroziunea** (*Soft Erosion*) unei funcții picturale f utilizând ca element structural funcția g într-un punct x poate fi definită astfel ([21,23]):

$$(f \ominus [\beta, a, k])(x) = \min^{(k)} (MS_{n1}), \text{ for } x: D[gx] \subseteq D[f]$$

unde MS_{n1} este *colecția* (o mulțime care permite repetarea elementelor):

$$MS_{n1} = \{ k \diamond (f(z_1) - ax(z_1)) \} \cup \{ f(z_2) - \beta x(z_2) \}$$

pentru $z_1 \in D[f] \cap D[ax]$ and $z_2 \in D[f] \cap D[\beta x]$

- **Dilatarea** (*Soft Dilation*) unei funcții f în x cu funcția g este:

$$(f \oplus [\beta, a, k])(x) = \max^{(k)} (MS_{n2}),$$

pentru $x: D[f] \cap D[g'-x] \neq \emptyset$

unde MS_{n2} este:

$$MS_{n2} = \{ k \diamond (f(z_1) + a-x(-z_1)) \} \cup \{ f(z_2) + \beta-x(-z_2) \}$$

pentru $z_1 \in D[f] \cap D[a'-x]$ and $z_2 \in D[f] \cap D[\beta'-x]$

În definițiile anterioare a fost notată operația de repetare a unui element cu \diamond ($k \diamond x$ reprezintă repetarea de k ori a elementului x), iar $D[f]$ și $D[g]$ reprezintă domeniile funcțiilor corespunzătoare imaginii inițiale și elementului structural.



Inițială

După eroziune

După dilatare

Figura 101 – Eroziune (\ominus) și dilatare (\oplus) pentru imagini color

Grafica 3D+



Deschidere

Inchidere

Netezire

Figura 102 – Deschidere (X_B), închidere (X^B) și netezire (X_{Nm}) pentru imagini color



Gradient

Top-Hat

Figura 103 – Gradient (X_{Gm}) și TopHat (X_{Th}) pentru magini color