Curs 10-11: Căutări - sortări

- **Căutări**
- **Algoritmi de sortare: selecție, selecție directă, inserție**

Curs 9 – Complexitatea algoritmilor

- Recursivitate
- Complexitate

Algoritmi de căutare

- datele sunt în memorie, o *secvență de înregistrări (k_1, k_2, ..., k_n)*
- se caută o înregistrare având un câmp egal cu o valoare dată – *cheia de căutare*.
- Dacă am găsit înregistrarea, se returnează poziția înregistrării în secvență
- dacă cheile sunt ordonate atunci ne interesează poziția în care trebuie inserată o înregistrare nouă astfel încât ordinea se menține

Specificații pentru căutare:

Date: a,n,(k_i, i=0,n-1);

Precondiții: $n \in N$, $n \geq 0$;

Rezultate: p;

Post-condiții: ($0 \leq p \leq n-1$ and $a = k_p$) or (p=-1 dacă cheia nu există).

Căutare secvențială – cheile nu sunt ordonate

```
def searchSeq(el,l):
    """
      Search for an element in a list
      el - element
      l - list of elements
      return the position of the element
         or -1 if the element is not in l
    """
    poz = -1
    for i in range(0,len(l)):
        if el==l[i]:
            poz = i
    return poz
```

$$T(n) = \sum_{(i=0)}^{(n-1)} 1 = n \in \Theta(n)$$

```
def searchSucc(el,l):
    """
      Search for an element in a list
      el - element
      l - list of elements
      return the position of first occurrence
            or -1 if the element is not in l
    """
    i = 0
    while i<len(l) and el!=l[i]:
        i=i+1
    if i<len(l):
        return i
    return -1
```

Best case: the element is at the first position
$T(n) \in \theta(1)$
Worst-case: the element is in the n-1 position
$T(n) \in \theta(n)$
Average case: while can be executed 0,1,2,n-1 times
$T(n) = (1 + 2 + \ldots + n - 1)/n \in \Theta(n)$
Overall complexity $O(n)$

Specificații pentru căutare – chei ordonate:

Date $a, n, (k_i, i=0,n-1)$;

Precondiții: $n \in N$, $n \geq 0$, *and* $k_0 < k_1 < .... < k_{n-1}$;

Rezultate p;

Post-condiții: $(p=0$ *and* $a \leq k_0)$ *or* $(p=n$ *and* $a > k_{n-1})$ *or*

$((0<p \leq n-1)$ *and* $(k_{p-1} < a \leq k_p))$.

Căutare secvențială – chei ordonate

```
def searchSeq(el,l):
    """
      Search for an element in a list
      el - element
      l - list of ordered elements
      return the position of first occurrence
             or the position where the element
             can be inserted
    """
    if len(l)==0:
        return 0
    poz = -1
    for i in range(0,len(l)):
        if el<=l[i]:
            poz = i
    if poz==-1:
        return len(l)
    return poz
```

```
def searchSucc(el,l):
    """
      Search for an element in a list
      el - element
      l - list of ordered elements
      return the position of first occurrence
            or the position where the element
            can be inserted
    """
    if len(l)==0:
        return 0
    if el<=l[0]:
        return 0
    if el>=l[len(l)-1]:
        return len(l)
    i = 0
    while i<len(l) and el>l[i]:
        i=i+1
    return i
```

$$T(n) = \sum_{(i=0)}^{(n-1)} 1 = n \in \Theta(n)$$

Best case: the element is at the first position
$T(n) \in \theta(1)$
Worst-case: the element is in the n-1 position
$T(n) \in \theta(n)$
Average case: while can be executed 0,1,2,n-1 times
$T(n) = (1 + 2 + \ldots + n - 1)/n \in \Theta(n)$
Overall complexity $O(n)$

Algoritmi de căutare

- *căutare secvențială*
  - se examinează succesiv toate cheile
  - cheile nu sunt ordonate
- *căutare binară*
  - folosește “divide and conquer”
  - cheile sunt ordonate

Căutare binară (recursiv)

```
def binaryS(el, l, left, right):
    """
      Search an element in a list
      el - element to be searched; l - a list of ordered elements
      left,right the sublist in which we search
      return the position of first occurrence or the insert position
    """
    if left>=right-1:
        return right
    m = (left+right)/2
    if el<=l[m]:
        return binaryS(el, l, left, m)
    else:
        return binaryS(el, l, m, right)

def searchBinaryRec(el, l):
    """
      Search an element in a list
      el - element to be searched
      l - a list of ordered elements
      return the position of first occurrence or the insert position
    """
    if len(l)==0:
        return 0
    if el<l[0]:
        return 0
    if el>l[len(l)-1]:
        return len(l)
    return binaryS(el, l, 0, len(l))
```

Recurență căutare binară

$$T(n) = \begin{cases} \theta(1), & if\ n = 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + \theta(1), & otherwise \end{cases}$$

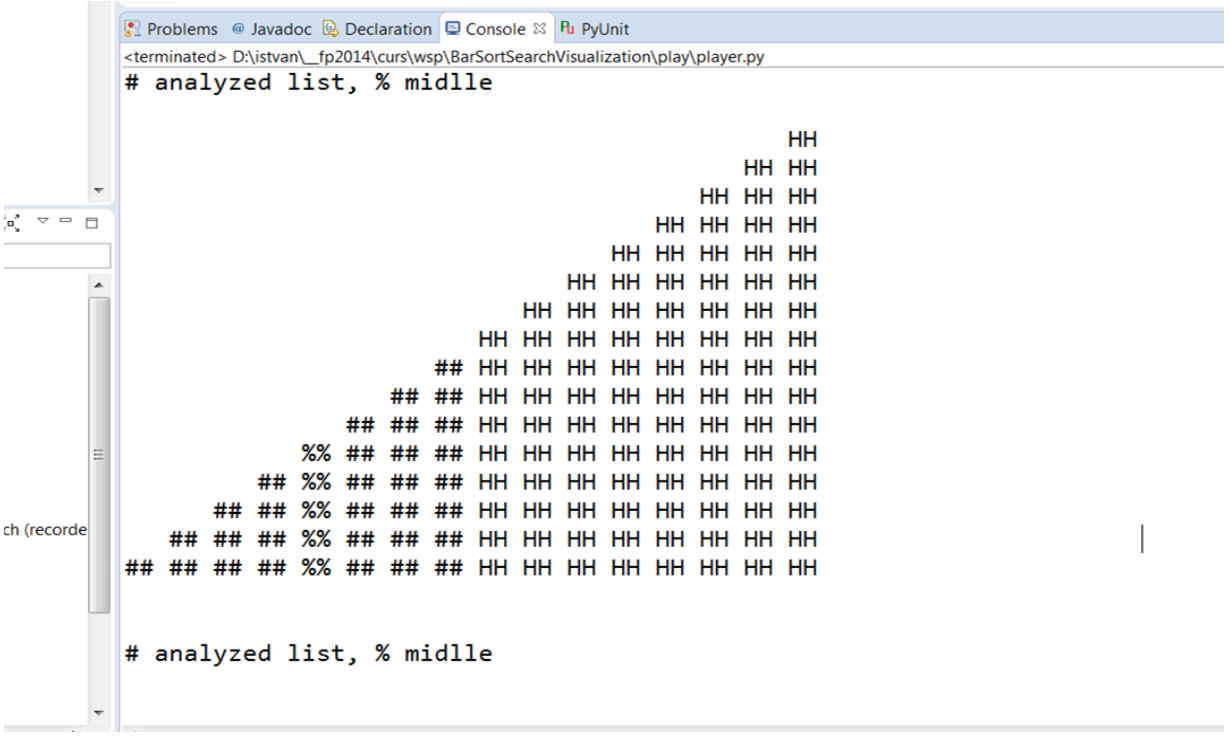
Căutare binară (iterativ)

```
def searchBinaryNonRec(el, l):
    """
      Search an element in a list
      el - element to be searched
      l - a list of ordered elements
      return the position of first occurrence or the position where the element can be
inserted
    """
    if len(l)==0:
        return 0
    if el<=l[0]:
        return 0
    if el>=l[len(l)-1]:
        return len(l)
    right=len(l)
    left = 0
    while right-left>1:
        m = (left+right)/2
        if el<=l[m]:
            right=m
        else:
            left=m
    return right
```

Complexitate

Algoritm	Timp de execuție			
	best case	worst case	average	overall
SearchSeq	$\theta(n)$	$\theta(n)$	$\theta(n)$	$\theta(n)$
SearchSucc	$\theta(1)$	$\theta(n)$	$\theta(n)$	$O(n)$
SearchBin	$\theta(1)$	$\theta(\log_2 n)$	$\theta(\log_2 n)$	$O(\log_2 n)$

Vizualizare căutări



Căutare in python - index()

```
l = range(1,10)
try:
    poz = l.index(11)
except ValueError:
    # element is not in the list
```

- __eq__

```
class MyClass:
    def __init__(self,id,name):
        self.id = id
        self.name = name

    def __eq__(self,ot):
        return self.id == ot.id


def testIndex():
    l = []
    for i in range(0,200):
        ob = MyClass(i,"ad")
        l.append(ob)

    findObj = MyClass(32,"ad")
    print ("positions:" +str(l.index(findObj)))
```

Searching in python- “in”

```
l = range(1,10)
found = 4 in l
```

– iterable (definiți __iter__ and __next__)

```
class MyClass2:
    def __init__(self):
        self.l = []

    def add(self,obj):
        self.l.append(obj)

    def __iter__(self):
        """
          Return an iterator object
        """
        self.iterPoz = 0
        return self
```

```
def __next__(self):
        """
          Return the next element in the iteration
     raise StopIteration exception if we are at the end
        """
        if (self.iterPoz>=len(self.l)):
            raise StopIteration()

        rez = self.l[self.iterPoz]
        self.iterPoz = self.iterPoz +1
        return rez

def testIn():
    container = MyClass2()
    for i in range(0,200):
        container.add(MyClass(i,"ad"))
    findObj = MyClass(20,"asdasd")
    print (findObj in container)
```

```
#we can use any iterable in a for
    container = MyClass2()
    for el in container:
        print (el)
```

Performanţă - căutare

```
def measureBinary(e, l):
    sw = StopWatch()
    poz = searchBinaryRec(e, l)
    print ("    BinaryRec in %f sec; poz=%i" %(sw.stop(),poz))

def measurePythonIndex(e, l):
    sw = StopWatch()
    poz = -2
    try:
        poz = l.index(e)
    except ValueError:
        pass #we ignore the error..
    print ("    PythIndex in %f sec; poz=%i" %(sw.stop(),poz))

def measureSearchSeq(e, l):
    sw = StopWatch()
    poz = searchSeq(e, l)
    print ("    searchSeq in %f sec; poz=%i" %(sw.stop(),poz))
```

```
search 200
    BinaryRec in 0.000000 sec; poz=200
    PythIndex in 0.000000 sec; poz=200
     PythonIn in 0.000000 sec
    BinaryNon in 0.000000 sec; poz=200
    searchSuc in 0.000000 sec; poz=200
```

```
search 10000000
    BinaryRec in 0.000000 sec; poz=10000000
    PythIndex in 0.234000 sec; poz=10000000
     PythonIn in 0.238000 sec
    BinaryNon in 0.000000 sec; poz=10000000
    searchSuc in 2.050000 sec; poz=10000000
```

Sortare

Rearanjarea datelor dintr-o colecţie astfel încât o cheie verifică o relaţie de ordine dată

- *internal sorting* - datele sunt în memorie
- *external sorting* - datele sunt în fişier

Elementele colecţiei sunt *înregistrări,* o înregistrare are una sau mai multe câmpuri
Cheia K este asociată cu fiecare înregistrare, în general este un câmp.

Colecţia este sortat:

- *crescător* după cheia *K :* if $K(i) \leq K(j)$ for $0 \leq i < j < n$
- *descrescător: if* $K(i) \geq K(j)$ *for* $0 \leq i < j < n$

Sortare internă – în memorie

Date n,K; {K=(k_1*,*k_2*,...,*k_n*)}*

Precondiții: $k_i \in R$, $i=1,n$

Rezultate K';

Post-condiții: K' e permutare al lui K, având elementele sortate,

$$k'_1 \leq k'_2 \leq \ldots \leq k'_n.$$

Sortare prin selecție (Selection Sort)

- se determină elementul având cea mai mica cheie, interschimbare elementul cu elementul de pe prima poziție
- reluat procedura penru restul de elemente până când toate elementele au fost considerate.

Sortare prin selecție

```
def selectionSort(l):
    """
       sort the element of the list
       l - list of element
       return the ordered list (l[0]<l[1]<...)
    """
    for i in range(0,len(l)-1):
        ind = i
        #find the smallest element in the rest of the list
        for j in range(i+1,len(l)):
            if (l[j]<l[ind]):
                ind =j
        if (i<ind):
            #interchange
            aux = l[i]
            l[i] = l[ind]
            l[ind] = aux
```

Complexitate – timp de execuție

Numărul total de comparații este:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} 1 = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \in \theta(n^2)$$

Este independent de datele de intrare:

- caz favorabil/defavorabil/mediu sunt la fel, complexitatea este $\theta(n^2)$.

Complexitate – spațiu de memorie

Sortare prin selecție – este un algoritm **In-place**:

memoria adițională (alta decât memoria necesară pentru datele de intrare) este $\theta(1)$

- *In-place* . Algoritmul care nu folosește memorie adițională (doar un mic factor constant).
- O*ut-of-place* sau *not-in-space*. Algoritmul folosește memorie adițională pentru sortare.

Selection sort este un algoritm an *in-place* .

Sortare prin selecție directă (Direct selection sort)

```
def directSelectionSort(l):
    """
       sort the element of the list
       l - list of element
       return the ordered list (l[0]<l[1]<...)
    """
    for i in range(0,len(l)-1):
        #select the smallest element
        for j in range(i+1,len(l)):
            if l[j]<l[i]:
                l[i],l[j] = l[j],l[i]
```

Overall time complexity: $\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}1=\frac{n\cdot(n-1)}{2}\in\theta(n^2)$

Sortare prin inserție - Insertion Sort

- se parcurg elementele
- se inserează elementul curent pe poziția corectă în sub-secvența deja sortată.
- În sub-secvența ce conține elementele deja sortate se țin elementele sortate pe tot parcursul algoritmului, astfel după ce parcurgem toate elementele secvența este sortată în întregime

Sortare prin inserție

```
def insertSort(l):
    """
       sort the element of the list
       l - list of element
       return the ordered list (l[0]<l[1]<...)
    """
    for i in range(1,len(l)):
        ind = i-1
        a = l[i]
        #insert a in the right position
        while ind>=0 and a<l[ind]:
            l[ind+1] = l[ind]
            ind = ind-1
        l[ind+1] = a
```

Insertion Sort - complexitate – timp de execuție

Caz defavorabil: $T(n) = \sum_{i=2}^{n} (i-1) = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \in \theta(n^2)$

Avem numărul maxim de iterații când lista este ordonat descrescător

Caz mediu: $\frac{n^2 + 3 \cdot n}{4} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \in \theta(n^2)$

Pentru un *i* fixat și un *k*, $1 \le k \le i$, probabilitatea ca x_i să fie al *k*-lea cel mai mare element în subsecvența $x_1, x_2, ..., x_i$ este $\frac{1}{i}$

Astfel, pentru *i* fixat, putem deduce:

Numărul de iterații **while**	Probabilitatea sa avem numărul de iterații **while** din prima coloană	caz
1	$\frac{1}{i}$	un caz în care **while** se execută odată: $x_i < x_{i-1}$
2	$\frac{1}{i}$	un caz în care **while** se execută de două ori: $x_i < x_{i-2}$
...	$\frac{1}{i}$	**...**
i-1	$\frac{2}{i}$	un caz în care **while** se execută de **i-1** ori: $x_i < x_1$ and $x_1 \leq x_i < x_2$

Rezultă că numărul de iterații **while** medii pentru un i fixat este:

$$c_i = 1 \cdot \frac{1}{i} + 2 \cdot \frac{1}{i} + ... + (i-2) \cdot \frac{1}{i} + (i-1) \cdot \frac{2}{i} = \frac{i+1}{2} - \frac{1}{i}$$

Caz favorabil: $T(n) = \sum_{i=2}^{n} 1 = n - 1 \in \theta(n)$ lista este sortată

Sortare prin inserție

- complexitate generală este $O(n^2)$.

Complexitate – spațiu de memorie

complexitate memorie adițională este: $\theta(1)$.

- *Sortare prin inserție* este un algoritm *in-place*.

Curs 10-11: Căutări - sortări

- **Algoritmi de sortare**
  - **metoda bulelor, quick-sort, tree sort, merge sort**
- **Sortare in Python: sort, sorted**
  - **parametrii: poziționali, prin nume, implicita, variabil**
  - **list comprehension, funcții lambda**