SEMINARUL 2

Recurenţe de bază

Un număr mare de algoritmi se bazează pe pricipiul descompunerii recursive a unei probleme mari în mai multe probleme mici şi folosirea soluţiilor subproblemelor pentru a rezolva problema iniţială. Din analiza algoritmilor pe care îi vom studia/analiza, vor rezulta nişte formule pentru calculul complexităţii.

Din punct de vedere matematic relaţia dintre timpul de execuţie al unui algoritm cu un volum de date de dimensiune N şi cel de execuţie pentru un volum mai mic este exprimat prin formule numite relaţii de recurenţă.

Pentru a înţelege performanţele algoritmilor, în acest seminar vom rezolva câteva formule de bază:

FORMULA 1.

Rezultă dintr-un program care ciclează prin datele de intrare pentru a elimina un element:

$C_N = C_{N-1} + N$ pentru $N \geq 2$ cu $C_1 = 1$

Rezolvare:

$$
\begin{aligned}
C_N &= C_{N-1} + N \\
&= C_{N-2} \mathbf{+(N-1)+N} \\
&= C_{N-3} + (N-2)+(N-1)+N \\
&\ldots. \\
&= C_1 + 2+3+\ldots+(N-1)+N = \frac{N(N+1)}{2} \Rightarrow \text{un asemenea algoritm } \epsilon\ O(n^2)
\end{aligned}
$$

FORMULA 2.

Rezultă dintr-un program recursiv care la fiecare pas înjumătăţeşte volumul de date:

$C_N = C_{N/2} + 1$ pentru $N \geq 2$ cu $C_1 = 1$

Rezolvare:

Putem presupune, fără a restrânge din generalitate, că $N=2^n \Rightarrow n = \lg N$

$$
\begin{aligned}
C2^n &= C2^{n-1} + 1 \\
&= C2^{n-2} \mathbf{+1+} 1 \\
&= C2^{n-3} + 1+1+1 \\
&\ldots. \\
&= C2^n + n = 1+\lg N \Rightarrow \text{un asemenea algoritm } \epsilon\ O(\lg N)
\end{aligned}
$$

FORMULA 3.

Rezultă dintr-un program recursiv care la fiecare pas împarte volumul de date în 2 părţi, parcurgând liniar mai întâi, după sau în timpul împărţirii datele de intrare:

$C_N = 2C_{N/2} + N$ pentru $N \geq 2$ cu $C_1 = 0$

Rezolvare:

Putem presupune, fără a restrânge din generalitate, ca $N=2^n \Rightarrow n = \lg N$

$C2^n = 2C2^{n-1} + 2^n$

$$\frac{C_{2^n}}{2^n} = \frac{C_{2^{n-1}}}{2^{n-1}} + 1$$
$$= \frac{C_{2^{n-2}}}{2^{n-2}} + 1 + 1$$

$\vdots$

$= n \Rightarrow$ un asemenea algoritm $\in O(N\lg N)$

TEMĂ DE TRIMIS PE MAIL PÂNĂ ÎN 24.03.2020

FORMULA 4.

Rezultă dintr-un program ....:

Se va determina tipul de algoritmi care conduc la această recurenţă

$C_N = C_{N/2} + N$ pentru $N \geq 2$ cu $C_1 = 0$

Să se determine valoarea C_N şi clasa de complexitate

FORMULA 5.

Rezultă dintr-un program ....:

Se va determina tipul de algoritmi care conduc la această recurenţă

$C_N = 2C_{N/2} + 1$ pentru $N \geq 2$ cu $C_1 = 1$

Să se determine valoarea C_N şi clasa de complexitate