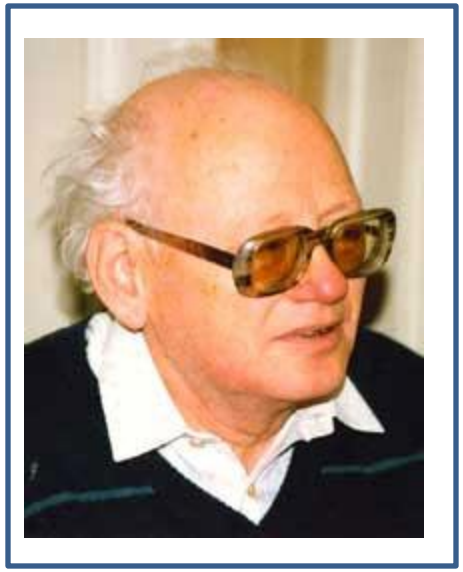
ARBORI AVL

(denumiti dupa Adelson-Velskii si Landis, 1962)



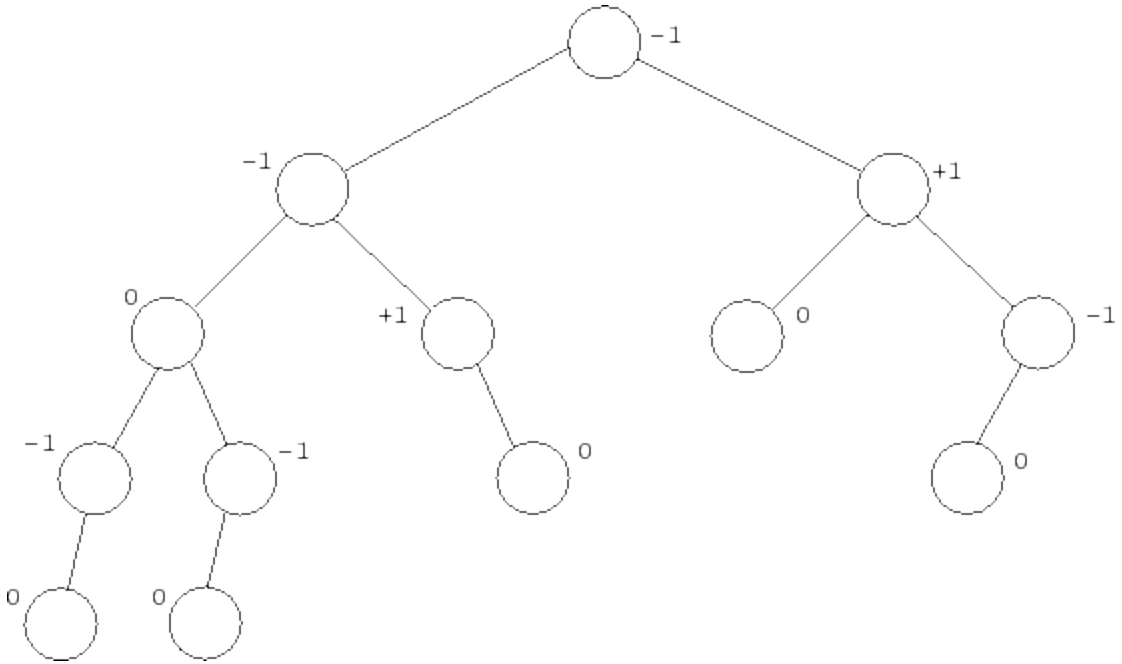
Georgy Maximovich Adelson-Velsky (Russian: Гео́ргий Макси́мович Адельсо́н-Ве́льский; name is sometimes transliterated as **Georgii Adelson-Velskii**) (8 January 1922 – 26 April 2014) was a Soviet and Israeli mathematician and computer scientistHe began working in artificial intelligence and other applied topics in the late 1950s.[1] Along with Evgenii Landis, he invented the AVL tree in 1962. This was the first known balanced binary search tree data structure.

Evgenii Mikhailovich Landis (Russian: Евге́ний Миха́йлович Ла́ндис, *Yevgeny Mikhaylovich Landis*; October 6, 1921 – December 12, 1997) was a Soviet mathematician who worked mainly on partial differential equations.

Definiție: Un nod dintr-un arbore binar se numeste echilibrat în cazul în care diferența de înălțime dintre cei doi fii ai săi este de cel mult 1.

Definiție: Un arbore binar de căutare în care fiecare nod este echilibrat, se numeste arbore AVL.

Fie BF(x) = înălțimea subarborelui drept al lui x minus înălțimea subarborelui stâng al x. BF (Balance Factor)


-1
-1
+1
0
+1
0
-1
-1
-1
0
0
0
-1
0
0

Având în vedere echilibrarea, timpul de căutare într-un arbore AVL este chiar și în cel mai defavorabil caz de ordin O (log n).

Pentru a asigura acest lucru, echilibrarea trebuie verificată după fiecare inserare sau ștergere. În acest scop, pe calea de la elementul inserat sau șters până la rădăcină se verifică valorile BF și se repară prin așa-numitele rotații, la stânga (BF>1) sau la dreapta (BF<-1) .

Pivotul în jurul căruia se face rotirea este cel mai de jos nod care are $BF \notin \{-1,0,1\}$. Procedeul de rotire continuă până în momentul în care arborele redevine echilibrat.

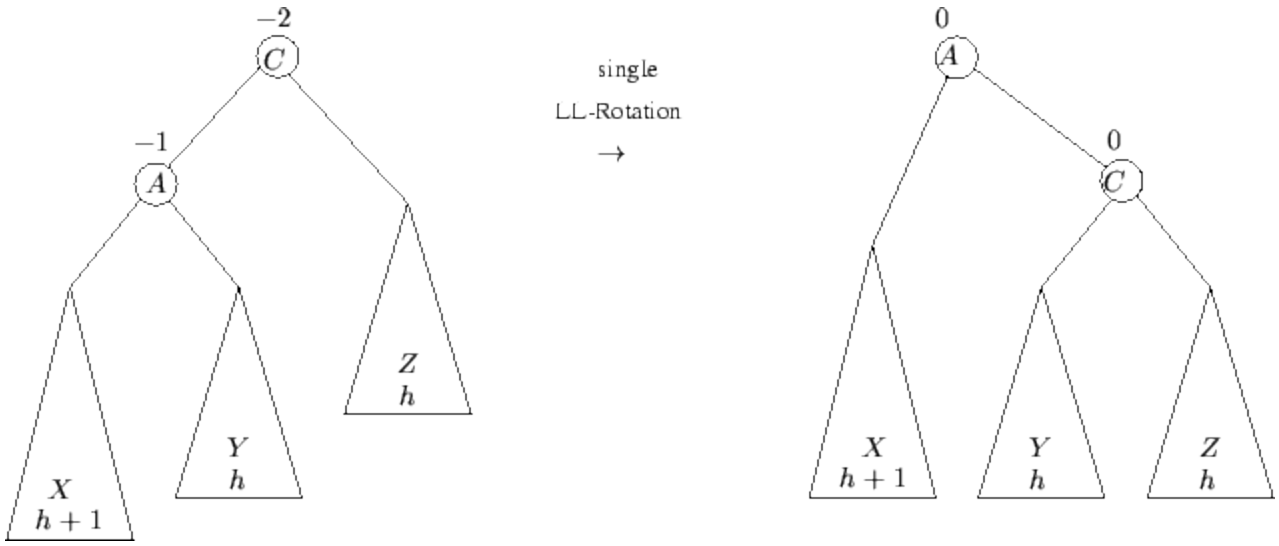
În timp ce introducerea unei singure chei necesită cel mult o rotație, eliminarea unei chei poate provoca o rotație pentru fiecare nod pe calea către rădăcină

Rotații ale arborilor AVL la suprapondere stanga

Single LL-Rotation

Când se insereaza într-un subarbore X: înălțimea întregului arborele înainte și după este aceeași.

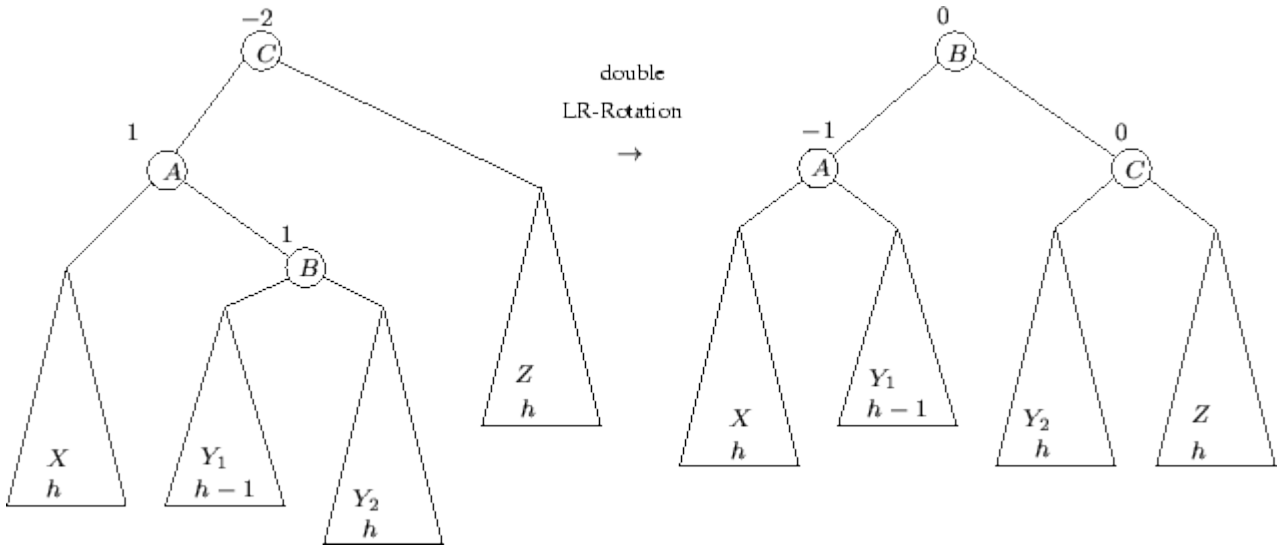
La ștergerea dintr-un subarbore Z: înălțimea întregului arborele înainte și după este aceeași sau, după, mai mic cu o unitate.


−2
C
−1
A
X
h + 1
Y
h
Z
h
single
LL-Rotation
→
0
A
0
C
X
h + 1
Y
h
Z
h

Double LR-Rotation

Atunci când inserăm în subarboreleY1 sau Y2: înălțimea arborelui înainte și după este aceeași.

Atunci când ștergem în subarborele Z: înălțimea arboreleui după va fi mai mică cu unu.


−2
C
1
A
1
B
X
h
Y1
h − 1
Y2
h
Z
h
double
LR-Rotation
→
0
B
−1
A
0
C
X
h
Y1
h − 1
Y2
h
Z
h

La suprapondere dreapta se vor folosi rotatiile simetrice: „single RR“ si „double RL“ .

Wikipedia

Observatie: Arborii AVL elimină neajunsul major al arborilor binari: faptul că înălţimea şi deci viteza de căutare depinde de ordinea în care sunt introduse cheile în arbore. Arborii AVL permit obţinerea unei viteze de căutare constante *prin garantarea faptului că arborele este echilibrat la orice moment.*

Structura unui nod este cea a unui nod de arbore binar la care se mai adaugă un câmp numit BF (Balance Factor) care reprezintă diferenţa dintre înălţimea subarborelui drept (RH) şi înălţimea subarborelui stâng (LH). Înălţimea arborelui AVL este strict mai mică decât:

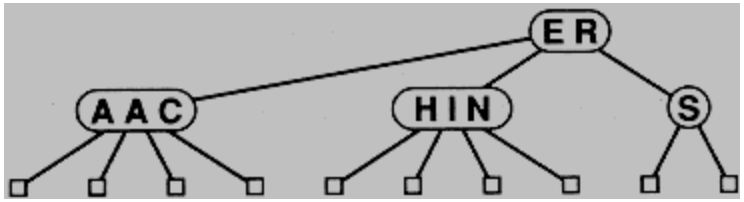
$$\log_{\varphi}(\sqrt{5}(n+2))-2 = \frac{\log_2(\sqrt{5}(n+2))}{\log_2(\varphi)}-2 = \log_{\varphi}(2)\cdot\log_2(\sqrt{5}(n+2))-2 \approx 1.44\log_2(n+2)-0.328$$

Unde ϕ este taietura de aur

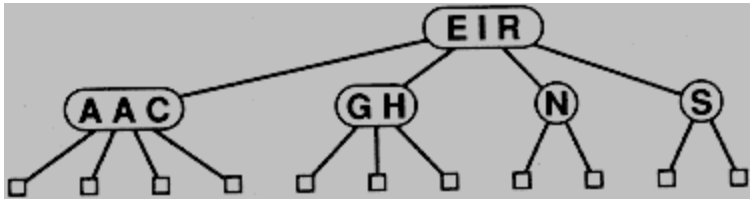
Atât arborii AVL și arborii roșu-negru sunt arbori binari de căutare și sunt foarte asemănători din punct de vedere matematic. Operaţiunile de echilibrare a arborilor sunt diferite, dar ambele apar în medie în O (1), cu maxim în O (log n). Diferența reală între cele două este înălțimea.

.

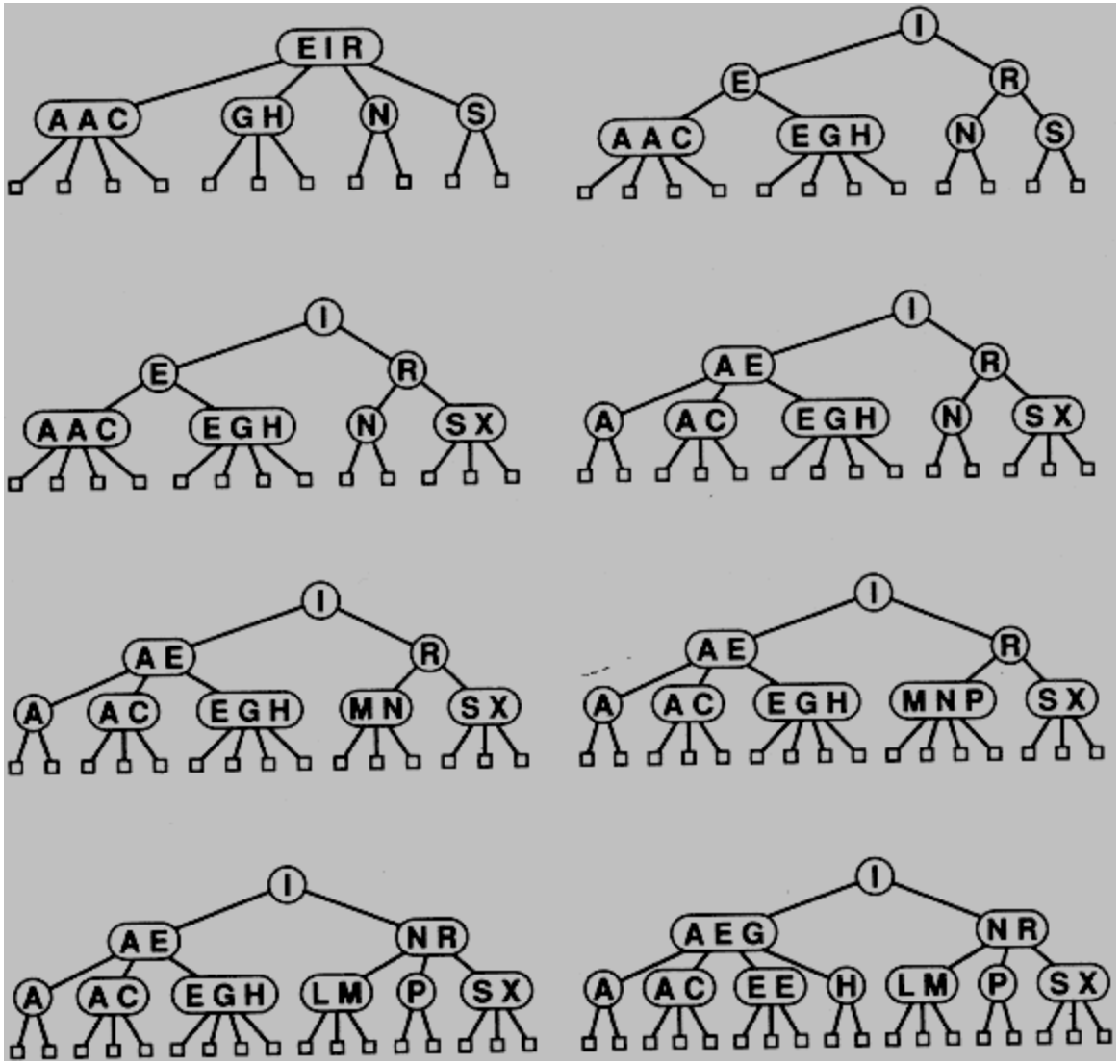
Arbori 2-3-4 (Sedgewick)



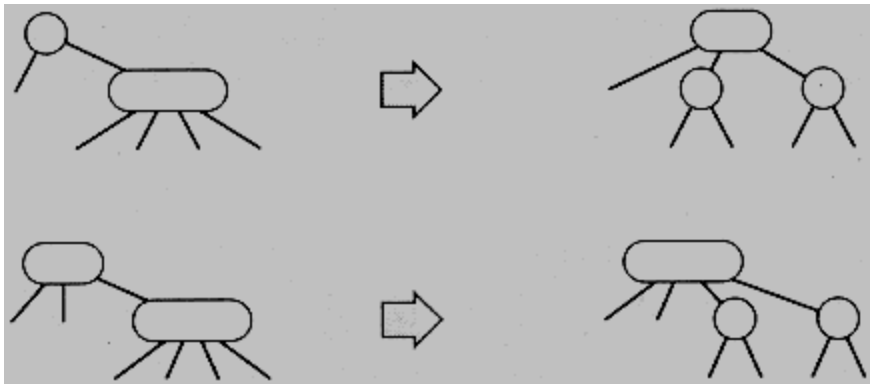
Arbore 2-3-4



Inserare (G) în arbore 2-3-4



Construcția unui arbore 2-3-4 “A S E A R C H I N G E X A M P L E”



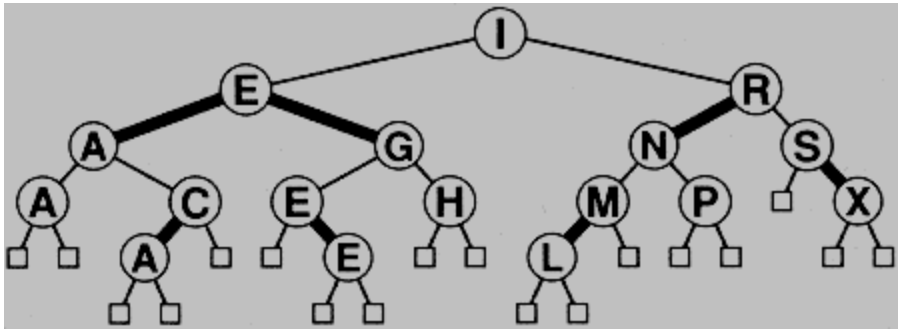
Segmentarea unui nod 4

Proprietate 1 La *căutarea în arbori 2-3-4 cu N noduri nu vor fi vizitate mai mult de lg N + 1 noduri.*

Proprietate 2 *Inserarea în arbori 2-3-4 cu N noduri necesită în cazul cel mai defavorabil mai puțin de lg N + 1 segmentări de noduri și par a necesită în medie mai puțin de o segmentare a unui nod.*

Arbori roșu-negru

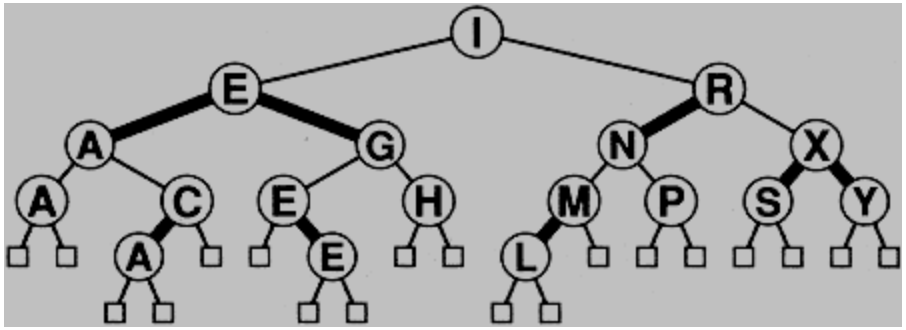
Reprezentare roșu-negru a arborelui 2-3-4



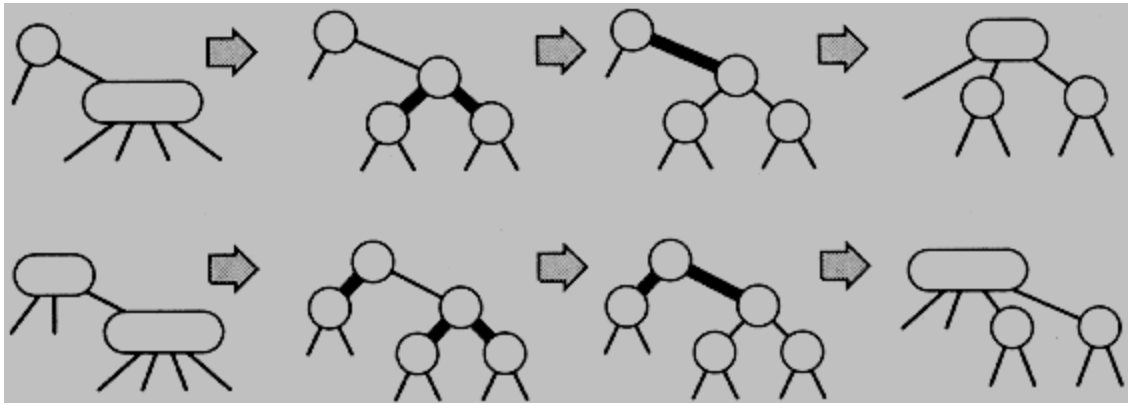
Arbore roșu-negru

Arcele mai late sunt rosii

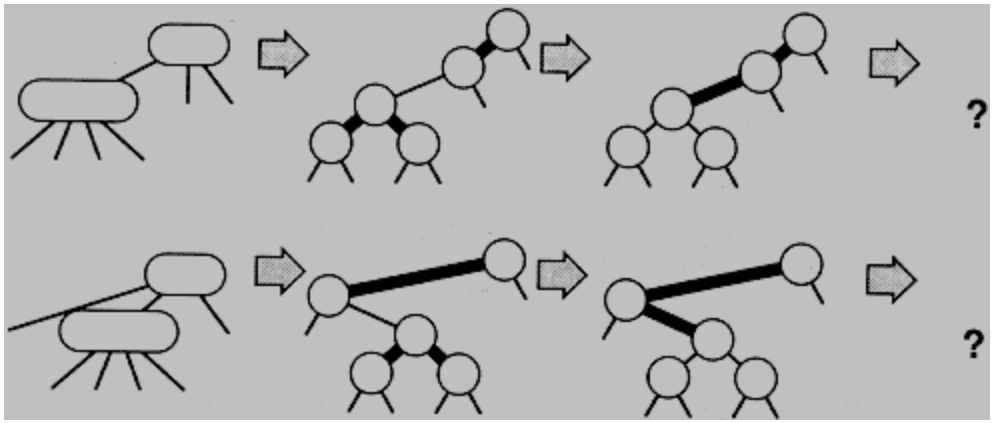
Regula: nu sunt permise 2 arce rosii consecutive!



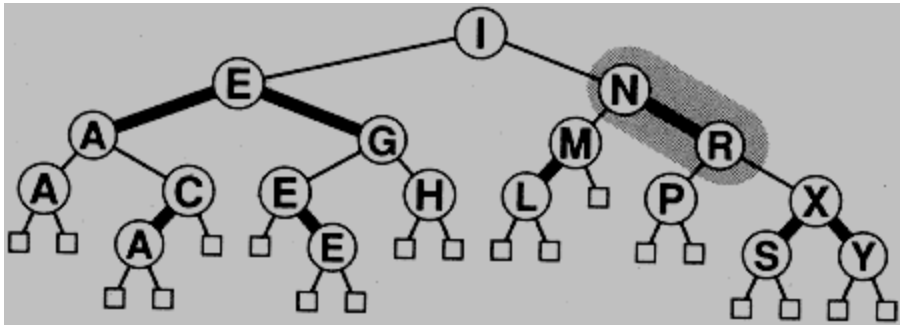
Inserare Y

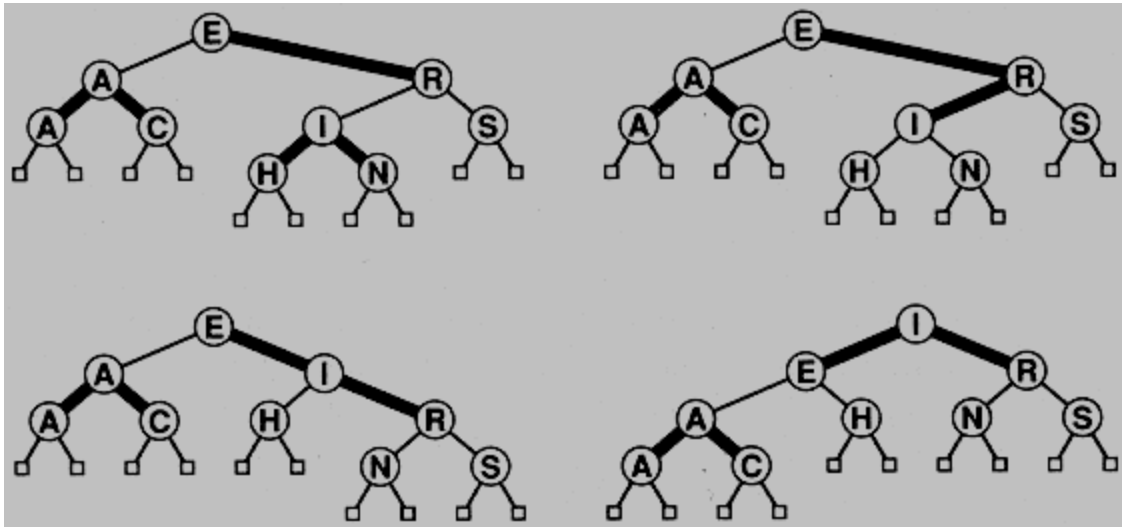


Segmentare cu schimbare de culoare

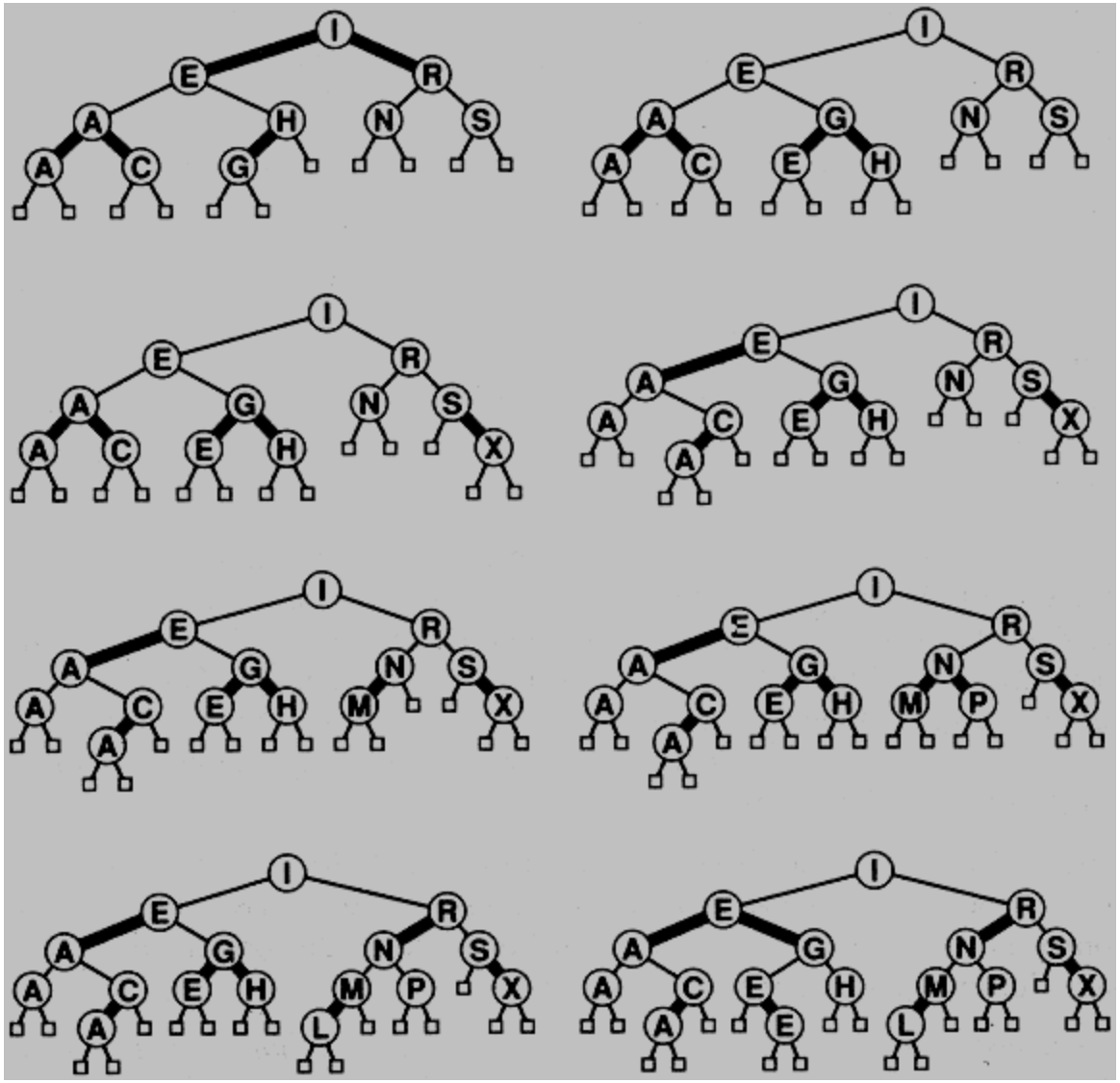


Segmentare cu schimbare de culoare necesitatea rotației





Segmentarea unui nod într-un arbore roșu-negru



Construcția unui arbore roșu-negru

Raul poate sa-l
faca oricine, cat de
nevoielnic ar fi. Binele
insa e numai
pentru sufletele tari
si firile calite

Nicolae Steinhardt