

Egymásra illeszkedő ortológikus háromszögpárok tulajdonságai

Nagydobai Kiss Sándor, András Szilárd

d.sandor.kiss@gmail.com, andrasz@math.ubbcluj.ro

Az ABC és XYZ háromszögeket ortológikusaknak nevezzük, ha az egyik háromszög csúcsaiból a másik oldalaira bocsátott merőlegesek összefutóak. Ha az X, Y, Z pontok rendre a BC, CA , illetve AB oldalon (vagy azok meghosszabbításán) helyezkednek el, akkor az ABC és XYZ háromszögeket egymásra illeszkedőknek mondjuk, mivel az X, Y, Z csúcsok illeszkednek az ABC oldalaira és az ABC oldalai illeszkednek az XYZ csúcsaira. Dolgozatunk célja egymásra illeszkedő ortológikus háromszögek tulajdonságait vizsgálni. Az alábbiakban kijelentünk néhány ilyen tulajdonságot:

- 1. Tétel.** *Ha a DEF és az ABC háromszögek egymásra illeszkedők és ortológikusak, akkor ortológiai centrumaik egymás izogonális konjugáltjai az ABC háromszögre vonatkozóan.*
- 2. Tétel.** *Az M pont talpponti háromszögét jelölje DEF , az M' pontét pedig $D'E'F'$. A DEF és $D'E'F'$ akkor és csak akkor ortológikusok, ha az M, M' és O pontok kollineárisok, ahol O az ABC háromszög körülírt körének középpontja.*
- 3. Tétel.** *Ha az M pont talpponti háromszöge DEF , akkor az AFE, BDF és CED háromszögek súlypontjai által meghatározott $G_A G_B G_C$ háromszög ortológikus az ABC -vel is és a DEF háromszöggel is.*
- 4. Tétel.** *Ha M'' az OM szakasz O -hoz közelebbi harmadoló pontja, $D''E''F''$ pedig az M'' talpponti háromszöge, akkor az M pont vetületeihez tartozó $G_A G_B G_C$ reziduális súlyponti háromszöge egybevágó $D''E''F''$ -tel és megfelelő oldalaik párhuzamosok is. Továbbá, ha $\{G_M\} = G_A D'' \cap G_B E'' \cap G_C F''$, akkor G_M az ABC és a DEF háromszögek G és G^* súlypontjai által meghatározott szakasz felezőpontja.*
- 5. Tétel.** *Ha az M pont talpponti háromszöge DEF , akkor jelöljük C_{01} -gyel az A, B, C pontokból az EF, FD és DE egyenesekre bocsátott merőlegesek összefutási pontját. Ha M az ABC háromszög Euler-egyenesén mozog, akkor C_{01} mértani helye az ABC háromszög Jerabek hiperbolája.*

Dolgozatunkban az előbbi tételekben megjelenő további ortológikus háromszögpárok ortológiai centrumainak mértani helyét is vizsgáljuk.

Hivatkozások

- [1] Victor Thébault, *Perspective and orthologic triangles and tetrahedrons*, The American Mathematical Monthly, Vol. 59, No. 1 (Jan., 1952), pp. 24-28.
- [2] Paul Gailiunas, *Orthologic triangles and Miquel's theorem*, The Mathematical Gazette, Vol. 92, No. 523 (March 2008), pp.125-128.
- [3] Ion Pătrașcu és Florin Smarandache, *The geometry of the orthological triangles*, Pons Editions, Brussels, 2020.