

# Konvex integrálás és turbulencia: Nash lapos tóruszától a gombafelhőkig és a nukleáris fúzióig

ifj. Kolombán József

Universität Leipzig

jozsef.kolomban@math.uni-leipzig.de

A konvex integrálás módszerét a Nobel-díjas John Forbes Nash dolgozta ki az 50-es években, megoldásként az ún. izometrikus beágyazás problémára ([1]). Annak ellenére, hogy ez lényegében egy geometriai probléma volt, a Nash által használt analitikus módszereket később Gromov, Tartar, Müller illetve közreműködőik továbbfejlesztették különböző parciális differenciálegyenletek megoldására. Viszont Gromov megjegyezte, hogy csak olyan fizikai egyenletek esetén várható a módszer sikeres alkalmazása, ahol számíthatunk bizonyos értelemben „szokatlan megoldásokra”. Ilyenek például az olyan fizikai jelenségek ahol valamilyen instabilitás alakul ki.

A klasszikus fizika egyik legnagyobb nyitott problémája a turbulencia modellezése a folyadék mechanikában. A turbulencia természeténél fogva egy instabil jelenség, amely során a folyadék sebessége hirtelen és kaotikusan változik. De Lellis és Székelyhidi Jr. 2009-es úttörő cikkjükben ([2]) alkalmazták elsőként a konvex integrálást a turbulencia modellezésére az Euler egyenlet esetén. Ezáltal számtalan új kutatási lehetőséget nyitottak meg más folyadék mechanikai modellek esetén ahol várható a turbulencia kialakulása.

Az egyik ilyen jelenség az ún. Rayleigh-Taylor instabilitás, amely két különböző sűrűségű folyadék gravitációs erőkkel ellentétes irány szerinti egymásra helyezésével alakul ki, azaz a nehezebb folyadék kerül a könnyebb fölé. Nyilván ez a konfiguráció nem lehet stabil, és turbulens keveredést idéz elő. Ilyen keveredés történik például gombafelhők valamint nukleáris fúzió esetén. A legújabb kutatásaink eredményeként ([3], [4]) elsőként modelleztük ezt a folyamatot konvex integrálással, illetve elsőként adtunk egy determinisztikus bizonyítást arra, hogy a turbulens keveredési zóna idő szerint kvadratikusan nő, amit eddig csak kísérletekben illetve szimulációkban figyeltek meg.

## Hivatkozások

- [1] J. Nash, C1-isometric imbeddings, *Annals of Mathematics*, 60 (3): (1954), 383–396.
- [2] C. De Lellis, L. Székelyhidi Jr., The Euler equations as a differential inclusion, *Ann. Math.* 170.3 (2009), 1417–1436.
- [3] B. Gebhard, J. J. Kolombán, L. Székelyhidi Jr., A new approach to the Rayleigh-Taylor instability, arXiv:2002.08843 (2020).
- [4] B. Gebhard, J. J. Kolombán, Relaxation of the Boussinesq system and applications to the Rayleigh-Taylor instability, arXiv:2008.08853 (2020).