

Az általánosított kváziaritmetikai- és a Kubo-Ando közepek kapcsolata pozitív (invertálható) operátorokon

Nagy Gergő és Szokol Patricia

Debreceni Egyetem, Informatikai Kar

szokol.patricia@inf.unideb.hu

Ismert tény, hogy a pozitív számokhoz hasonlóan, egy Hilbert tér pozitív operátorainak kúpján is definiálhatóak különböző közepek. Valójában, többféle középosztály is ismert az operátorok esetén is. Egyrészt ismertek, az úgynevezett Kubo-Ando közepek, amelyek a véges dimenziós esetben a pozitív szemidefinit mátrixokon értelmezett közepekre vezetnek (lásd [3]). Másrészt, beszélhetünk az önadjungált operátorok Matkowski-, vagy általánosított súlyozott kvázi-aritmetikai közepeinek elméletéről ([5]), amelyek definíciója formailag egybeesik a valós számokon értelmezett ilyen típusú közepekkel ([1, 4]).

Az előadás során vizsgálni fogjuk a kapcsolatot a fent említett kétféle középosztály között, és megmutatjuk, hogy ezen két osztály közös elemei a súlyozott aritmetikai közepek.

Az általánosított súlyozott kvázi-aritmetikai közepekkel kapcsolatban további eredményeket is igazolunk. A [2] cikkben leírásra kerültek azon transzformációk, amelyek a pozitív definit mátrixokon értelmezett kvázi-aritmetikai közepek normáját megőrzik. Ezen eredménnyel kapcsolatban fogalmazta meg Daróczy Zoltán Professor Úr a következő kérdést: Igaz-e hasonló állítás abban az esetben, ha kvázi-aritmetikai közepek helyett általánosított súlyozott kvázi-aritmetikai közepeket tekintünk? Az előadás során erre a kérdésre is választ kapunk.

Hivatkozások

- [1] Sz. Baják, Zs. Páles, *Invariance equation for generalized quasi-arithmetic means*, Aequationes Math. **77** (2009), 133–145.
- [2] M. Gaál, G. Nagy, *Preserver problems related to quasi-arithmetic means of invertible positive operators*, Integral Equations Operator Theory **90** (2018), Article:7.
- [3] F. Kubo, T. Ando, *Means of positive linear operators*, Math. Ann. **246** (1980), 205–224.
- [4] J. Matkowski, *Generalized weighted quasi-arithmetic means*, Aequat. Math. **79** 2010, 203–212.
- [5] G. Nagy, P. Szokol *Maps preserving norms of generalized weighted quasi-arithmetic means of invertible positive operators*, közlésre benyújtva.