Néhány speciális függvényosztály Ulam-Hyers stabilitása

András Szilárd

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Matematika és Informatika Kar, Kolozsvár

andrasz@math.ubbcluj.ro, andraszk@yahoo.com

Az Ulam-Hyers (és több általánosított Ulam-Hyers típusú) stabilitás története 1940-ben kezdődött, amikor S.M. Ulam a Wisconsin University matematikai klubbjában a következő kérdést fogalmazta meg: ([9]):

Legyen G_1 egy csoport és G_2 egy metrikus csoport a $d(\cdot,\cdot)$ metrikával. Adott $\varepsilon > 0$ esetén létezik-e olyan $\delta > 0$, hogy a

$$d(h(xy), h(x)h(y)) < \delta,\ \forall x, y \in G_1,$$

egyenlőtlenséget teljesítő $h : G_1 \to G_2$ leképezésre létezzen a $H : G_1 \to G_2$ homeomorfizmus, amelyre

$$d(h(x), H(x)) < \varepsilon,\ \forall x \in G_1?$$

Egy évvel később D.H. Hyers megoldotta a problémát ha G_1 és G_2 Banach-terek ([5]). Pontosabban igazolta, hogy ha

$$||f(x + y) - f(x) - f(y)|| \leq \varepsilon,\ \forall x, y \in G_1,$$

akkor f közelében mindig van additív függvény. Ez alapján az $f(x + y) = f(x) + f(y)$, $\forall x, y \in G_1$ Cauchy-féle függvényegyenletet Ulam-Hyers stabilnak nevezzük. Ebben a dolgozatban a Bessel-féle differenciálegyenlet, illetve a Laguerre és asszociált Laguerre differenciálegyenlet Ulam-Hyers stabilitására vonatkozó eredményekkel foglalkozunk. Ezek az eredmények általánosabbak, mint a [1] cikkben közölt eredmények.

Hivatkozások

[1] M.R. Abdollahpour, R. Aghayari and M.Th. Rassias, *Hyers-Ulam stability of associated Laguerre differential equations in a subclass of analytic functions*, J. Math. Anal. Appl., 2016, Volume 437, Issue 1., pp 605–612.

[2] S. András, A. Mészáros, *Ulam-Hyers stability of dynamic equations on time scales via Picard operators*, Appl. Math. Comput., **219**(2013), Issue 9, 4853–4864

[3] S. András, Á. Baricz, T. Pogány, *Ulam-Hyers stability of singular integral equations, via weakly Picard operators*, Fixed Point Theory, **17**(2016), No. 1, 21–36

[4] S. András: *Ulam-Hyers stability of Laguerre differential equation*, to appear

[5] D.H. Hyers, *On the stability of the linear functional equation*, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **27** (1941) 222–224.

[6] S. M. Jung and H. Şevli, *Power series method and approximate linear differential equations of second order*, Adv. Difference Equ., 2013, 2013:76

[7] S. M. Jung, *Hyers-Ulam-Rassias stability of functional equations in nonlinear analysis*, Springer, 2011

[8] I.A. Rus, *Remarks on Ulam stability of the operatorial equations,* Fixed Point Theory, **10** (2009), 305–320.

[9] S.M. Ulam, *A collection of mathematical problems*, Interscience, New York, (1960)