

**IHLETEK és ÖTLETEK
SZIKRÁK
feladatok megoldásához**

**„Ahhoz, hogy az ember valami egészen újat meglásson,
Ahhoz egészen másként kell gondolkodnia.”**

(Szent-Györgyi Albert)

Megvalósítható-e, hogy teljes szélcsendben egy puskából kilőtt gumilövedék egy bizonyos távolság megtétele után megforduljon, és az ellenkező irányba menjen? Útközben a lövedék más testtel nem érintkezhet, és nem szabad semmit sem rákötni. indokold is a válaszodat!

(Matematika feladatgyűjtemény, 6. évf.)

(Apáczai kiadó, 2009)

Hogyan fogjunk hozzá?
Hol van a kutya elásva?
Hogyan oldjuk meg?

Ha folyóiratban, tankönyvben, példatárban találkozunk nehezebb feladatokkal, és nem feltétlen kell azonnal megoldani, akkor időnk lehet gondolkozni, elmélyülni, elmélkedni, ötletek után kutatni, esetleg várhatjuk, hogy valamilyen ihlet szálljon meg.

Ha felvételi vizsgán, matematika versenyen találkozunk nehezebb, ismeretlen feladattal, akkor nem sok időnk lehet gondolkozni, elmélyülni, szükségünk van azonnali ötletekre, ihletre a feladat megoldásához.

Ha már találkoztunk hasonló feladattal, feladatokkal, akkor könnyebb dolguk lehet.

Néha egészen apró részlet megvizsgálása vezethet eredményhez.

A Matlap folyóiratban a Logikai feladatok rovatban vannak ilyen elgondolkoztató, ötleteket, néha ihleteket igényelő példák.

Ilyen ötletek megtalálására, megfigyelésére szeretnék rámutatni a következő néhány feladat bemutatásával.

**EGYEN(L)ET(ŐT)LENSÉG(EK)
Egyenletek egyenlőtlenségekkel**

Egyenletek megoldása klasszikus egyenlőtlenségek alkalmazásával

1. 8.1. $a^{\frac{x^2}{4}} + a^{\frac{4}{x^2}} = 2a$, $a \geq 1$

(Mészár Juliánna, Matlap 1997/4, L: 69 feladat.)

2. 8.3. $\sqrt{3^x} + \sqrt[4]{3^{x^2+3x-2}} + \sqrt[8]{3^{x^2+2x-8}} = 1$

(Traian Tămăian, GM. 3/2005, 25143)

3. 8.11 $2^{x-1} + 2^{\frac{1}{\sqrt{x}}} = 3$

(Marius Cavachi, matematika olimpia, Dolj megye, 1989)

4. 8.14. $5^x + 5^{x^4-4x^3+5x^2-29x+54} = 26$

(Szöllősy György, Matlap 1999/8, L: 396.)

5. 1. feladat: Adott a b pozitív valós szám. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet: $\sqrt{2}^{\log_b x} + b^{\log_x \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

*Bencze Mihály, Bukarest
EMMV 2014, Matlap 2014/4*

6. $(625^x + 5^{\frac{1}{x}}) \cdot (81^x + 3^{\frac{1}{x}}) = 900$

Koczinger Éva, Matlap 2014/7 L:2318

7. Oldjuk meg a pozitív számok körében az

$$\frac{x \cdot 2014^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \cdot 2014^x}{2} = 2014$$

egyenletet.

*KöMal 2014/2 B.4606, Budapest,
MatLap Kolozsvár*

8. 3. feladat. Oldjuk meg a valós számok halmazában a következő egyenletet:

$$3^{9x+1} + 3^{\frac{1}{9x^3}} = 108$$

*Koczinger Éva és Kovács Béla, Szatmárnémeti
(NMMV 2014)*

9. **1. feladat:** Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$2x^3 + x + 5 = y^2$$

Kovács Béla, Szatmárnémeti

10. Oldjuk meg az \mathbb{R} halmazban a következő egyenletet:

$$4^x + 9^x + 36^x = 6^x + 12^x + 18^x .$$

GMS 2014/5 T V Pricope, Botoșani

11. Oldjuk meg a valós számok körében a következő egyenletet:

$$2^{t^g x} + 2^{c t^g x} = 4$$

M Țena, Bukarest
MV X.o. 2014. GM 2014/6-7-8

12. Igazoljuk, hogy bármely $t \in [0, 1]$ esetén $2^t \geq 1 + t^2$.

Oldjuk meg a következő egyenletet: $2^{\sin x} + 2^{\cos x} = 3$.

L Panaitopol, M Țena, Bukarest
MV X.o. 2014. GM 2014/6-7-8

13. Oldjuk meg az \mathbb{R} halmazban a következő egyenletet:

$$\frac{1}{2^x + 9^x} + \frac{1}{3^x + 4^x} + \frac{1}{6^x + 1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{6^x} \right) .$$

M Cucoaneș, Mărășești
GM 2014/2

14. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert:

$$x^4 + 55y^2 + 74 = 12y^3 + 106z + 4(x-1)\sqrt{x-2}$$

$$y^4 + 55z^2 + 74 = 12z^3 + 106x + 4(y-1)\sqrt{y-2}$$

$$z^4 + 55x^2 + 74 = 12x^3 + 106y + 4(z-1)\sqrt{z-2}$$

MatLap 2013/7, L: 2174. X. Bencze Mihály, Brassó

15. Oldjuk meg az $x^2 - 6x + 8 = \sqrt{1 + \sqrt{x-2}}$ egyenletet a valós számok halmazán.

Matlap 2008/9 L:1537. Kovács Béla, Szatmárnémeti

16.B. 4619. Oldjuk meg az $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{1 + \sqrt{x-1}}$ egyenletet:

Javasolta: Kovács Béla (Szatmárnémeti)

17.B. 4650. Létezik-e olyan $f(x) = (ax+b)/(cx+d)$ alakú függvény, melyre alkalmas páronként különböző x_1, \dots, x_5 valós számokkal

$$f(x_1) = x_2, f(x_2) = x_3, f(x_3) = x_4, f(x_4) = x_5, f(x_5) = x_1$$

teljesül?

Javasolta: Károlyi Gyula (Budapest)

βελα