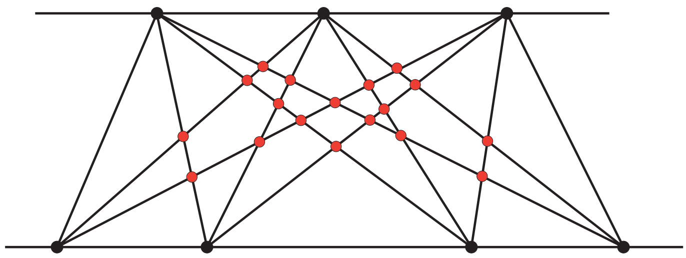
1.1. Feladatok

1.1.1. Feladat. *A d_1 és d_2 egymással párhuzamos egyeneseken felvesszük az $A_1, A_2, ..., A_m$ illetve $B_1, B_2, ..., B_n$ pontokat és megszerkesztjük az A_iB_j szakaszok ($1 \leq i \leq m$ és $1 \leq j \leq n$) páronkénti metszéspontjait. Legfeljebb hány ilyen metszéspont keletkezhet?*



1.1.2. Feladat. *Határozzuk meg az előbbi konstrukcióban a metszéspontok minimális számát, ha $m = n = 4$!*

1.1.3. Feladat. *(Radó Ferenc Emlékverseny, 2004) Tekintsük a d_1, d és d_2 egymással párhuzamos egyeneseket úgy, hogy d a d_1 és a d_2 közt legyen. A d_1-en felveszünk m, a d_2-n n pontot és megszerkesztjük a felvett pontok által meghatározott összes szakaszt. Határozzuk meg az így szerkeszthető szakaszok d-vel való metszéspontjainak minimális számát! Mennyi a metszéspontok minimális száma?*

1.1.4. Feladat. *Egy $2n$ oldalú konvex sokszög csúcsait két színnel színezzük úgy, hogy ne legyen két azonos színű szomszédos csúcs. Hány olyan átló keletkezik, amelynek a végpontjai nem azonos színűek?*

1.1.5. Feladat. *Jelöljük H-val egy $2 \times n$-es rács rácspontjainak halmazát. Határozzuk meg azoknak a szakaszoknak a számát, amelyeknek a H-val való metszete csak a szakasz végpontjait tartalmazza!*

1.1.6. Feladat. *Jelöljük H-val egy $3 \times n$-es rács rácspontjainak halmazát. Határozzuk meg azoknak a szakaszoknak a számát, amelyeknek a H-val való metszete csak a szakasz végpontjait tartalmazza!*

1.1.7. Feladat. *Határozzuk meg azokat az $n \in \mathbb{N}^*$ számokat, amelyekre tetszőleges n oldalú konvex sokszöglap felbontható a sokszög átlói segítségével diszjunkt háromszöglapokra úgy, hogy minden csúcsból páros számú átló induljon ki!*

1.1.8. Feladat. *(Radó Ferenc Emlékverseny, 2006) Jellemezzük azokat az n pontból álló $A_1, A_2, ..., A_n$ ponthalmazokat, amelyekre az alábbi feltételek segítségével a legtöbb szakasz húzható meg:*
a) a szakaszok végpontjai az $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ halmazban vannak;
b) bármely két megrajzolt szakasz belsejének a metszete üreshalmaz.
Legfeljebb hány szakasz rajzolható meg?

1.1.9. Feladat. *(Radó Ferenc Emlékverseny, 2002) Egy háromszög csúcsaihoz az* $1, 2$ *és* 3 *cimkéket rendeljük hozzá (ebben a sorrendben) majd minden oldalát* $2n+1$ *egyenlő részre osztjuk. Minden osztóponthoz hozzárendelünk egy cimkét, amely különbözik a szembenfekvő csúcs cimkéjétől és összekötjük a különböző cimkéjű, különböző oldalakon található pontokat. Határozzuk meg az így kapott szakaszok számának minimumát!*

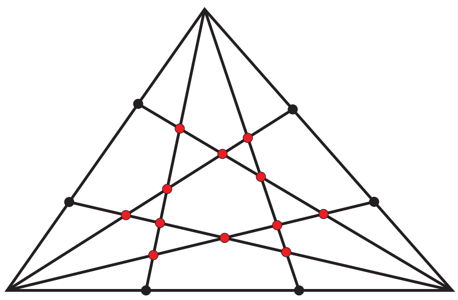
1.1.10. Feladat. *(Az Euler reláció) Jelölje* Cs, E *és* L *egy síkgráf csúcsainak, éleinek illetve lapjainak számát. Bizonyítsuk be, hogy* $Cs - E + L = 1$.

1.1.11. Feladat. *Határozzuk meg* n *síkbeli egyenes által határolt tartományok számának maximumát és minimumát!*

1.1.12. Feladat. *Határozzuk meg* n *síkbeli kör által határolt tartományok számának maximumát!*

1.1.13. Feladat. *Határozzuk meg* n *térbeli sík által határolt tartományok számának maximumát és minimumát!*

1.1.14. Feladat. *Egy háromszög minden oldalát osszuk fel* p *egyenlő részre és minden osztópontot kössünk össze a szembenfekvő csúccsal. Határozzuk meg a háromszög belsejében keletkező diszjunkt tartományok számát, ha* p *egy 2-nél nagyobb prímszám.*



1.1.15. Feladat. *(Radó Ferenc Emlékverseny, 2006) A* $B_1B_2B_3B_4$ *tetraéder belsejében vegyük fel az* $A_1, A_2, ..., A_n$ *pontokat és bontsuk fel a tetraédert kisebb tetraéderekre úgy, hogy a kis tetraéderek minden csúcsa az*

$$\{A_1, A_2, ...A_n, B_1, B_2, B_3, B_4\}$$

halmazban legyen. Igazoljuk, hogy minden $n \geq 4$ *esetén létezik két olyan* $A_1, A_2, ..., A_n$ *konfiguráció, amelyre a felbontásban szereplő tetraéderek száma nem azonos!*