

**EXAMEN DE LICENȚĂ**  
Proba scrisă – 5 septembrie 2016  
Specializarea Matematică Informatică

1. Fie  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  funcția dată prin

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 - x_2 + x_3).$$

- (a) Să se arate că  $f$  este  $\mathbb{R}$ -liniară și să se determine matricea ei  $[f]_{e,e'}$  relativ la perechea de baze canonice.
  - (b) Să se arate că  $v = ((1, 1, 1), (1, -1, 0), (1, 0, 0))$  este bază în spațiul vectorial real  $\mathbb{R}^3$  și  $v' = ((1, 1), (1, 0))$  este bază în spațiul vectorial real  $\mathbb{R}^2$ .
  - (c) Să se determine matricile de trecere de la  $e$  la  $v$ , respectiv de la  $e'$  la  $v'$  și matricea lui  $f$  relativ la perechea de baze  $(v, v')$ .
2. (a) Să se definească următoarele noțiuni: omomorfism de grupuri, nucleul unui omomorfism de grupuri.
- (b) Să se demonstreze că un omomorfism de grupuri este injectiv dacă și numai dacă nucleul său este trivial.
- (c) Să se dea un exemplu concret de omomorfism de grupuri cu nucleul trivial.

3. Fie funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definite prin

$$f(x) = \operatorname{arctg} x, \quad g(x) = f(x+1) - f(x) - f\left(\frac{1}{1+x+x^2}\right).$$

- (a) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
  - (b) Să se demonstreze că  $g(x) = 0$  oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
  - (c) Să se calculeze  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{1+n+n^2}$ .
4. Punctul  $A(5, -1)$  este unul dintre vârfurile unui pătrat care are o latură pe dreapta de ecuație

$$4x - 3y - 7 = 0.$$

Găsiți ecuațiile dreptelor pe care sunt situate celelalte laturi ale pătratului. Câte soluții are problema? (Se cere reprezentare grafică.)

5. Scrieți un program într-unul din limbajele de programare Python, C++, Java, C# care:

- (a) Definește o clasă *SalaDeCurs* având un atribut privat *denumire* de tip șir de caractere, un atribut privat *capacitate* de tip întreg, un constructor public pentru inițializarea atributelor *denumire* și *capacitate*, o metodă publică *getDenumire()* ce returnează denumirea sălii de curs și o metodă publică *getCapacitate()* ce returnează capacitatea sălii de curs.

- (b) Definiște o clasă *ListaDeSali* având un atribut privat *nrElemente* de tip întreg, un atribut privat *elem* de tip tablou cu elemente de tipul *SalaDeCurs*, un constructor pentru inițializarea atributelor *nrElemente* și *elem*, o metodă publică *adauga* care adaugă un obiect de tipul *SalaDeCurs*, specificat ca parametru al metodei, în șirul *elem*, o metodă publică *elementAt(int pos)* care returnează elementul de pe poziția *pos* din lista de săli, o metodă *getNrElemente()* care returnează numărul de elemente din listă și o metodă *sorteaza()* care sortează crescător după *capacitate* obiectele din listă.
- (c) Definiște o funcție care construiește o listă de *săli de curs* conținând următoarele obiecte: un obiect de tipul *SalaDeCurs* având *denumire* "Nicolae Iorga" și *capacitate* 200, un obiect de tipul *SalaDeCurs* având *denumire* "D.V. Ionescu" și *capacitate* 80, un obiect de tipul *SalaDeCurs* având *denumire* "Popoviciu" și *capacitate* 100.
- (d) Construiește în funcția principală a programului o listă de *săli de curs* apelând funcția de la punctul c), sortează lista apelând metoda *sorteaza()* din clasa *ListaDeSali* de la punctul b), apoi afișează lista sortată.

Notă:

Nu se vor folosi containere sortate.

Nu se vor folosi operații de sortare.

EXAMEN DE LICENȚĂ  
 Proba scrisă – 5 septembrie 2016  
 Specializarea Matematică Informatică  
 Barem de corectare

**Algebră**

- Oficiu ..... 1pt
1. (a) ..... 2pt  
 (b) ..... 1pt  
 (c) ..... 2pt
2. (a) ..... 1pt  
 (b) ..... 2pt  
 (c) ..... 1pt

**Analiză**

- Oficiu ..... 1pt
3. (a)  $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x)' \arctg x dx = x \arctg x \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$  ..... 2pt  
 $\int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$  ..... 1pt
- (b)  $g'(x) = \frac{1}{1+(x+1)^2} - \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+\frac{1}{(1+x+x^2)^2}} \left( -\frac{1+2x}{(1+x+x^2)^2} \right)$  ..... 1pt  
 $g'(x) = \frac{-2x-1}{(1+(x+1)^2)(1+x^2)} + \frac{2x+1}{1+(1+x+x^2)^2}$  ..... 0.5pt  
 $g'(x) = (2x+1) \left( \frac{1}{x^4+2x^3+3x^2+2x+2} - \frac{1}{x^4+2x^3+3x^2+2x+2} \right) = 0$  ..... 1pt  
 $\Rightarrow g$  este constantă și cum  $g(0) = 0$ , rezultă  $g(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$  ..... 0.5pt
- (c)  $s_n = \sum_{k=1}^n \arctg \frac{1}{1+k+k^2} = \sum_{k=1}^n (\arctg(k+1) - \arctg k)$  ..... 1pt  
 $s_n = \arctg(n+1) - \arctg 1 = \arctg(n+1) - \frac{\pi}{4}$  ..... 1pt  
 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$  ..... 1pt

## Geometrie

- Oficiu ..... 1pt
4. reprezentarea grafică ..... 2pt
- ecuația dreptei care trece prin  $A$  și este paralelă cu dreapta dată  $d: 4x - 3y - 7 = 0$  ..... 1pt
- distanța de la  $A$  la dreapta  $d$  ..... 2pt
- determinarea vârfurilor pătratelor ..... 2pt
- determinarea laturilor pătratelor ..... 2pt

## Informatică

- Oficiu ..... 1pt
5. (a) Definirea clasei *SalaDeCurs* (2pt) din care:
- atribute .....  $2 \cdot 0.25 = 0.5$ pt
  - constructor ..... 0.5pt
  - metoda *getDenumire()* ..... 0.5pt
  - metoda *getCapacitate()* ..... 0.5pt
- (b) Definirea clasei *ListaDeSali* (3.5pt) din care:
- atribute .....  $2 \cdot 0.25 = 0.5$ pt
  - constructor ..... 0.5pt
  - metoda *sorteaza()* ..... 1pt
  - metoda *adauga()* ..... 0.5pt
  - metoda *elementAt()* ..... 0.5pt
  - metoda *getNrElemente()* ..... 0.5pt
- (c) Funcția de creare a tabloului (2pt) din care:
- Signatură corectă, declarare tablou si returnare rezultat ..... 0.5pt
  - Creare obiecte de tipul *SalaDeCurs* .....  $3 \cdot 0.25 = 0.75$ pt
  - Adăugare obiecte in tablou .....  $3 \cdot 0.25 = 0.75$ pt
- (d) Program principal (1.5pt) din care:
- apel funcție construire tablou ..... 0.5pt
  - apel funcție sortare ..... 0.5pt
  - afișare elemente ..... 0.5pt