

EXAMEN DE LICENȚĂ
Proba scrisă – 3 septembrie 2015
Specializarea Matematică Informatică

I. (a) Să se arate că mulțimea $\mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ este un subcorp al corpului $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

(b) Se consideră spațiul vectorial real canonic \mathbb{R}^3 și funcția $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definită prin

$$f(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y + 3z, 3x + 2y + z).$$

Să se arate că f este o aplicație liniară, să se determine matricea lui f în baza canonică și să se calculeze rangul acestei matrice.

II. (a) Determinați suma seriei de numere reale

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{4^{n-1}} \right).$$

(b) Calculați

$$\int_1^3 x e^x dx.$$

(c) Fie funcția $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \cos x + \sin x.$$

Scrieți formula polinomului lui Taylor de ordin 4 atașat funcției f în punctul $x_0 = 0$. Folosiți notația $T_{4;0}f$.

III. (a) Determinați ecuațiile laturilor unui triunghi ABC , cu vârful $A(1, 3)$ știind că două dintre mediane au ecuațiile $x - 2y + 1 = 0$, respectiv $y - 1 = 0$.

(b) Determinați ecuația unui cerc care trece prin punctele $P(2, 3)$ și $Q(-1, 1)$ și are centrul pe dreapta $d : x - 3y - 11 = 0$.

IV. Scrieți un program într-unul din limbajele de programare C++, Java, C# care:

- (a) Definește o clasă **Echiba** având:
 - un atribut **nume** de tip șir de caractere (numele echipei);
 - un atribut **puncte** conținând numărul de puncte realizate;
 - constructor, și un accesoriu pentru **puncte**.
 - o funcție pentru afișarea datelor unui obiect de tip **Echiba**.
- (b) Definește o funcție care citește **nume** și **puncte** și returnează un obiect de tip **Echiba**.
- (c) Definește o funcție care inserează un obiect de tip **Echiba** într-un tablou de tip **Echiba** ordonat descrescător. Parametrii funcției vor fi: tabloul, dimensiunea tabloului și obiectul de inserat.
- (d) Definește o funcție care afișează un tabel cu numele și punctele echipelor în ordine descrescătoare după puncte.
- (e) Scrieți o aplicație care:
 - citește mai multe obiecte de tip **Echiba** și crează un tablou sortat în ordine descrescătoare după puncte (fără a sorta tabloul ulterior citirii)
 - afișează o tabelă cu numele și punctele echipelor în ordine descrescătoare după puncte.

Timp de lucru efectiv: 3 ore. Fiecare subiect se notează cu o notă de la 1 la 10. Nota finală la proba scrisă este $\frac{2}{3}(Nota\ I + Nota\ II + Nota\ III) + \frac{1}{3}Nota\ IV$

Examen de licență - Septembrie 2015
BAREM DE CORECTARE

Algebră

- Oficiu 1 punct
- (a) (i) $|\mathbb{Q}(\sqrt{3})| \geq 2$ 0.5 puncte
(ii) $\forall x, y \in \mathbb{Q}(\sqrt{3}), x - y \in \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ 2 puncte
(iii) $\forall x, y \in \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ cu $y \neq 0, x \cdot y^{-1} \in \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ 2 puncte
- (b) (i) f aplicație liniară 1.5 puncte
(ii) Matricea lui f în baza canonică $[f]_E$ 1.5 puncte
(iii) Rangul matricei $[f]_E$ 1.5 puncte

Analiză Matematică

- Oficiu 1 punct
- (a) (i) Suma seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}$ 1 punct
(ii) Suma seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n-1}}$ 1 punct
(iii) Suma seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{4^{n-1}} \right)$ 1 punct
- (b) (i) Aplicarea formulei de integrare prin părți 1 punct
(ii) Calcularea integralelor definite 1 punct
(iii) Rezultatul final 1 punct
- (c) (i) Derivatele de ordinul 1, 2, 3 și 4 2 puncte
(ii) Formula generală a polinomului lui Taylor 0.5 puncte
(iii) Formula polinomului lui Taylor de grad 4, atașat funcției f în punctul 0 0.5 puncte

Geometrie

- Oficiu 1 punct
- (a) (i) Medianele sunt cele din B și C 0.5 puncte
(ii) Coordonatele centrului de greutate 1 punct
(iii) Coordonatele vârfurilor B și C 1 punct
(iv) Ecuațiile laturilor 1.5 puncte
- (b) (i) Condiția ca P și Q să aparțină cercului 1 punct
(ii) Condiția ca centrul să fie pe dreaptă 1 punct
(iii) Coordonatele centrului 1 punct
(iv) Raza cercului 1 punct
(v) Ecuația cercului 1 punct

Informatică

- (a) Definierea clasei **Echipa**: 2 puncte
(b) Definierea funcției de la punctul (b): 1 punct
(c) Definierea funcției de la punctul (c): 2 puncte

(d) Definirea funcției de la punctul (d): 1 punct

(e) Aplicație: 2 puncte

Stil: 1 punct

– respectarea specificațiilor operațiilor

– încapsularea datelor

– nume sugestive, indentări, comentarii dacă este cazul

Oficiu: 1 punct

Total: 10 puncte.

NOTĂ: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.