

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI, CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Examen de licență
Specializarea matematică, februarie 2014

Subiectul I: Algebră

Să se discute după parametrul real α compatibilitatea sistemului de mai jos, apoi să se rezolve în \mathbb{R}^4 :

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \alpha \end{cases}.$$

Subiectul II: Analiză matematică

- (a) Enunțați și demonstrați primul criteriu al comparației pentru serii cu termeni pozitivi.
- (b) Calculați integrala definită $\int_1^3 \frac{1}{(x+1)(x^2+2)} dx$.
- (c) Calculați limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+2} \right)^{n(\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-2})}.$$

Subiectul III: Geometrie

- (a) Elipsa: definiție, deducerea ecuației reduse.
- (b) Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$. Punctele A, B, D și A' au coordonatele $(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, a, 0)$ și $(0, 0, a)$, unde $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$. Fie M și N mijloacele segmentelor CC' și DD' .
- (i) Să se determine ecuațiile dreptelor BM și CN .
- (ii) Să se calculeze distanța dintre dreptele BM și CN .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.