

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Concursul de admitere (nivel licență) - sesiunea iulie 2014  
Proba scrisă la Matematică

**SUBIECTUL I (30 puncte)**

- Rezolvați inecuația  $2\ln^2 x + 1 < 3\ln x$ ,  $x \in (0, \infty)$ .
- Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Calculați  $A^{-1}$ ,  $A^2$  și  $A^{2015}$ . Determinați inversa matricei  $A^{2015}$ .
- Stabiliți dacă polinomul  $f = X^2 + \hat{2}$ ,  $f \in \mathbb{Z}_5[X]$ , are rădăcini în  $\mathbb{Z}_5$ .

**SUBIECTUL II (30 puncte)**

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcția definită prin  $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{dacă } x < 1 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{dacă } x \geq 1. \end{cases}$

- Studiați continuitatea și derivabilitatea funcției.
- Demonstrați că  $f$  este primitivabilă și determinați o primitivă a lui  $f$ .
- Demonstrați că  $f$  este integrabilă pe  $[0, 2]$  și calculați integrala  $\int_0^2 f(x) dx$ .

**SUBIECTUL III (30 puncte)**

Se dau punctele  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 1)$  și  $B(0, 3)$ .

- Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $[AB]$ .
- Aflați coordonatele punctului  $C$  astfel încât patrulaterul  $OACB$  să fie paralelogram.
- Calculați lungimea vectorului  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$  și lungimea vectorului  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ . Determinați cosinusul unghiului  $\widehat{AOB}$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările trebuie scrise detaliat pe foile de concurs (ciornele nu se iau în considerare). Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Concursul de admitere (nivel licență) - sesiunea iulie 2014  
BAREM pentru proba scrisă la MATEMATICĂ

OFICIU .....	10 puncte
SUBIECTUL I.....	30 puncte
a) $\frac{1}{2} < \ln x < 1$ .....	7 puncte
Determinarea mulțimii soluțiilor .....	3 puncte
b) $A^{-1}$ .....	3 puncte
$A^2$ .....	3 puncte
$A^{2015}$ .....	3 puncte
$(A^{2015})^{-1}$ .....	1 puncte
c) Calculul valorilor $f(k)$ , $k \in \mathbb{Z}_5$ .....	9 puncte
Concluzia .....	1 puncte
SUBIECTUL II .....	30 puncte
a) Continuitatea .....	5 puncte
Derivabilitatea .....	5 puncte
b) Primitivabilitatea .....	2 puncte
Determinarea unei primitive .....	8 puncte
c) Integrabilitatea .....	2 puncte
Calculul integralei .....	8 puncte
SUBIECTUL III .....	30 puncte
a) Coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$ .....	5 puncte
b) Coordonatele punctului $C$ .....	10 puncte
c) Lungimile vectorilor $\vec{OA} + \vec{AB}$ și $\vec{OA} + \vec{OB}$ .....	10 puncte
Cosinusul unghiului $\widehat{AOB}$ .....	5 puncte

NOTĂ: Orice altă variantă de rezolvare corectă se punctează corespunzător.