

Proba scrisă a concursului de admitere - iulie 2013
Subiectul de Matematică

I. (30 puncte) Considerăm matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 1 \\ m & -2 & 0 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}$, cu $m \in \mathbb{R}$.

1) (5 puncte) Calculați determinantul matricei A .

2) (8 puncte) Aflați valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care matricea A este inversabilă.

3) (10 puncte) Pentru $m = 2$ să se rezolve ecuația $AX = B$, unde $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

4) (7 puncte) Discutați, după $m \in \mathbb{R}$, compatibilitatea sistemului $AX = B$.

II. (30 puncte) Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$.

1) (9 puncte) Să se determine domeniul maxim de definiție D și să se studieze continuitatea și derivabilitatea funcției f .

2) (5 puncte) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

3) (6 puncte) Să se studieze monotonia și să se determine punctele de extrem local ale funcției f .

4) (10 puncte) Să se afle aria mărginită de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = \frac{1}{2}$ și $x = 2$.

III. (30 puncte) a) În sistemul cartezian xOy fie dreapta (h) de ecuație $x + ay + b = 0$ și punctele $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(-1, -4)$.

1) (6 puncte) Determinați distanța de la punctul A la dreapta BC .

2) (7 puncte) Determinați a și b încât punctele A și B să fie situate pe dreapta (h).

3) (7 puncte) Determinați a și b încât dreptele (h) și BC să nu aibă niciun punct comun.

b) (10 puncte) Rezolvați ecuația $\sin x + \cos x = \sin x \cos x$.

Notă.

1) Toate subiectele sunt obligatorii.

2) Se cer soluții complete (pe foaia de concurs) la toate subiectele.

3) Se acordă 10 puncte din oficiu.

4) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Barem de corectare - Matematic

I.

- 1) calculul determinantului.....5 p.
- 2) soluțiile reale ale ecuației $\det A = 0$5 p.
Valorile lui m pentru care matricea A este inversabil3 p.
- 3) pentru $m = 2$ sistemul are soluție unic3 p.
Determinarea lui X7 p.
- 4) cazul m egal cu 1.....5 p.
cazul m diferit de 1.....2 p.

II.

- 1) domeniul de definiție D2 p.
mulțimea punctelor de continuitate pentru f2 p.
mulțimea punctelor de derivabilitate pentru f5 p.
- 2) ecuația asimptotei la infinit.....5 p.
- 3) studiul monotoniei.....3 p.
coordonatele celor 2 puncte de extrem ale funcției.....3 p.
- 4) formula de calcul a ariei.....2 p.
calculul ariei.....8 p.

III.

- a)
 - 1) formula distanței de la un punct la o dreaptă2 p.
ecuația dreptei BC2 p.
calculul distanței cerute.....2 p.
 - 2) scrierea condițiilor ca punctele A și B să fie situate pe (h)2 p.
determinarea necunoscutelor a și b5 p.
 - 3) impunerea condițiilor ca dreptele să fie paralele și distincte.....3 p.
determinarea necunoscutelor a și b4 p.
- b) aflarea tuturor soluțiilor ecuației.....10 p.