BBTE
Magyar
Matematika és
Informatika Intézet

Felvételi előkészítő

(Egy szám számjegyeit feldolgozó programok; Oszthatóság)

1. Keressük meg adott számig a legtöbb osztójú természetes számot!
2. Határozzuk meg az ***n*** természetes szám legnagyobb valódi osztóját! Ha a szám prím, írjunk megfelelő üzenetet!
3. Adva van egy római szám, írjuk ki arab számjegyekkel!
4. Adva van egy arab szám ($n \leq 5000$), írjuk ki római számjegyekkel!
5. Legyen ***x*** és ***y*** két természetes szám, amelyeknek legtöbb 9 számjegyük van. Döntsük el, hogy a két szám *hasonló*-e. Két számot *hasonló*nak nevezünk, ha számjegyeik halmaza azonos: 2131 és 32211 hasonló mivel számjegyeik halmaza ugyanaz: {1,2,3}.
   a) Két tömb használatával
   b) Egy tömb segítségével
   c) Tömbhasználat nélkül
6. Legyen az ***n*** ($0 < n \leq 64$) elemű ***b*** sorozat, amely bináris számjegyeket tárol (0 és 1). A sorozat egy kettes számrendszerben felírt szám számjegyeit tárolja. Az első számjegy garantáltan 1-es. Határozzuk meg hány számjegye van ennek a számnak a 10-es számrendszerben!
7. Adott az ***n*** nem nulla természetes szám ($0 < n \leq 10^9$). Döntsük el, hogy kettőhatvány-e! Ha az adott szám nem kettőhatvány, bontsuk kettőhatványok összegére.
8. Egy természetes szám *palindrom*, ha egyenlő azzal a számmal, amelyet úgy kapunk, hogy számjegyeit fordított sorrendben írjuk fel. Határozzuk meg adott ***n*** ($0 < n < 2^{31}$) természetes szám esetében, azt a ***maxPal*** számot, amely a legnagyobb palindrom, amelyet az ***n*** szám minden számjegyének átrendezése által kaphatunk. Ha nem lehet kialakítani a palindromot, amelyben az ***n*** szám minden számjegye szerepeljen, akkor ***maxPal*** értéke -1 lesz. 1. *Példa:* ha ***n*** = 21523531, akkor ***maxPal*** = 53211235. 2. *Példa:* ha ***n*** = 12272351, akkor ***maxPal*** = -1.
9. Adva van egy ***n*** elemű ($0 < n \leq 1000$), természetes számokat tároló sorozat. A számok mind háromjegyűek. Írjuk ki azt a számjegyet, amely a leggyakoribb a tízesek helyén.

10. Egy nullától különböző ***sz*** természetes számnak az erőssége ***k***, ha bináris alakjában pontosan ***k*** darab 1-es számjegy található. Például, a 23 erőssége 4 (kettes számrendszerben felírva, 4 darab 1-es számjegye van). Adott számsorozat ***k*** erősségű csoportjának nevezzük azt a részsorozatot, amely a sorozat ***k*** erősségű elemeit tartalmazza. Például, az ***s*** = (7, 12, 3, 13, 24, 19), sorozat ***k*** = 2 erősségű csoportja a (12, 3, 24) részsorozat. Határozzunk meg minden erősségi csoportot, amelyek az adott ***x*** sorozat elemeiből létrehozhatók. A létrehozott csoportok legyenek erősségük szerint növekvően rendezve; a csoporton belül az elemek sorrendje tetszőleges. *Példa:* ha ***n*** = 6 és ***x*** = (12, 3, 24, 16, 15, 32), akkor ***csSzáma*** = 3, és csoportok: (16, 32), (12, 3, 24), (15).

11. *Sors-számjegy*nek hívjuk azt a természetes számot, amelyet adott természetes számra a következőképpen számítunk ki: összeadjuk a szám számjegyeit, majd a kapott összeg számjegyeit, és így tovább, amíg a kapott összeg nem válik egyszámjegyű számmá. Például, a 182 sors-számjegye 2 (1 + 8 + 2 = 11, 1 + 1 = 2). Egy pontosan ***k*** számjegyű ***p*** számot egy legkevesebb ***k*** számjegyű ***q*** szám *előszeleté*nek nevezünk, ha a ***q*** szám első ***k*** számjegyéből alkotott szám (balról jobbra tekintve) egyenlő ***p***-vel. Például, 17 előszelete 174-nek, és 1713 előszelete 1 713 242-nek. Legyen az ***sz*** természetes szám (0 < ***sz*** ≤ 10 000) és az ***m*** sorral és ***n*** oszloppal (0 < ***m*** ≤ 100, 0 < ***n*** ≤ 100) rendelkező ***A*** mátrix (kétdimenziós tömb), amelynek elemei 30 000-nél kisebb természetes számok. Határozzuk meg és írjuk ki az ***sz*** szám leghosszabb előszeletét, amelyet az adott mátrix elemeinek megfelelő sors-számjegyeiből fel lehet építeni. Egy ilyen sors-számjegyet akárhányszor fel lehet használni. Ha nem építhető fel előszelet, a program írja ki a „nem létezik előszelet" üzenetet. *Példa:* ha ***sz*** = 12319, ***m*** = 3, ***n*** = 4 és a mátrix: $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 182 & 12 & 274 & 22 \\ 22 & 1 & 98 & 56 \\ 5 & 301 & 51 & 94 \end{pmatrix}$, akkor a leghosszabb előszelet 1231, a megfelelő sors-számjegyek pedig:

Mátrixelem értéke	182	12	274	22	1	98	56	5	301	51	94
Sors-számjegy	2	3	4	4	1	8	2	5	4	6	4

12. Legyen egy tükrökből kialakított, téglalap alakú keret. Egy fénysugár elindul a téglalap bal alsó sarkából, 45^o fokos szöget alkotva a téglalap alsó oldalával, és nekiütközik a téglalap felső vagy jobboldali oldalának. Itt tükröződik (elindul egy másik oldal felé, szintén 45^o fokos szöget alkotva azzal az oldallal, amelybe beleütközött). Így folytatja az útját, amíg a keret valamelyik sarkába nem ér. Számítsuk ki hányszor (***váltSz***) változtatja a tükröződés irányát a fénysugár, amíg leáll valamelyik sarokban. A kiindulási pontot nem számítjuk be ebbe a számba. 1. *Példa:* ha ***a*** = 8 és ***b*** = 3, akkor ***váltSz*** = 9. 2. *Példa:* ha ***a*** = 8 és ***b*** = 4, akkor ***váltSz*** = 1.