

INTEGRÁLSZÁMÍTÁS

Számítsuk ki a következő integrálokat:

1. Változócsere

- a) $\int x^2 \sqrt{1+x^3} dx$ b) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$ c) $\int \frac{x^3}{x^8+1} dx$
d) $\int \frac{x+2}{2x^2+8x+1} dx$ e) $\int \frac{x}{(x^2+a^2)^n} dx$ f) $\int \frac{x}{\ln(x^{x^2})} dx$
g) $\int \frac{1}{2+\sqrt{x}} dx$ h) $\int \frac{1}{(1+x^2)^3} dx$ i) $\int \frac{\cos x}{\sin^n x} dx$
j) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$ k) $\int \frac{1}{x^2-8x+15} dx$ l) $\int \frac{1}{(1-x^2)^5} dx$
m) $\int e^{\sin x} \cos x dx$ n) $\int \frac{3x-1}{3x^2-2x+3} dx$ o) $\int \frac{1}{x^2+2x+5} dx$
p) $\int \frac{(\ln x)^n}{x} dx$ q) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$ r) $\int \frac{x}{x^2+x+1} dx$

2. Parciális integrálás

- a) $\int \ln x dx$ b) $\int x \sin x dx$ c) $\int e^{-x} \cos^3 x dx$
d) $\int x^p \ln x dx$ e) $\int \sqrt{a^2+x^2} dx$ f) $\int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$
g) $\int x e^{ax} dx$ h) $\int x^2 \ln(x^6-1) dx$ i) $\int \arcsin x dx$
j) $\int x^2 e^{2x} dx$ k) $\int \arctan x dx$ l) $\int (x^3+5x^2-2)e^{2x} dx$

3. Integrálás rekurzív összefüggés által

- a) $\int x^n e^x dx$ b) $\int \ln^n x dx$ c) $\int x^m \ln^n x dx$
d) $\int \frac{1}{(a^2+x^2)^n} dx$ e) $\int \frac{1}{(x^2+1)^3} dx$ f) $\int \sin^n x dx$
g) $\int e^{ax} \sin^n x dx$ h) $\int x^n \sin x dx$ i) $\int x^n \cos x dx$
j) $\int \frac{1}{(a^2-x^2)^n} dx$ k) $\int \cos^n x dx$ l) $\int x^n \cos x dx$

4. Racionális törtek integrálása

$$\begin{array}{lll}
 a) \int \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x} dx & b) \int \frac{x^4}{(x^2-1)(x+2)} dx & c) \int \frac{x^5+x^4-8}{x^5-4x} dx \\
 d) \int \frac{x^3-2}{x^3-x^2} dx & e) \int \frac{x^2+6x-1}{(x-3)^2(x-1)} dx & f) \int \frac{x^5+2}{x^5-x} dx \\
 g) \int \frac{x}{x^3+x^2+x+1} dx & h) \int \frac{1}{x^3+1} dx & i) \int \frac{x^3}{x^4+3x^2+2} dx \\
 j) \int \frac{1}{x^2(x^2-1)^2} dx & k) \int \frac{x+1}{2x^2+3x+2} dx
 \end{array}$$

5. Trigonometrikus függvények integrálása

$$\begin{array}{lll}
 a) \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+\sin x + \cos x} dx & b) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\sin^2 x} dx & c) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} dx \\
 d) \int_{\pi/8}^{\pi/4} \sin 3x \cos 5x dx & e) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin 10x \sin 8x dx & f) \int_0^{\pi/3} \frac{1}{3+5 \cos x} dx \\
 g) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{\sin x \cos^2 x} dx & h) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} dx
 \end{array}$$

6. Iracionális függvények integrálása

$$\begin{array}{lll}
 a) \int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-3x+2}} dx & b) \int \frac{1}{1+\sqrt{x^2+2x+2}} dx & c) \int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}} dx \\
 d) \int \frac{1}{x\sqrt{-x^2+5x-6}} dx & e) \int \frac{x}{(x-1)\sqrt{1+x-x^2}} dx & f) \int \frac{x^2}{\sqrt{1-2x-x^2}} dx
 \end{array}$$