

Secția matematică-informatică

Algebră

1. Să se definească noțiunea de subgrup al unui grup. Dacă H_1 și H_2 sunt subgrupuri ale unui grup (G, \cdot) , atunci $H_1 \cap H_2$ și $H_1 \cup H_2$ sunt subgrupuri ale lui G ? Justificare.

2. Fie $GL_2(\mathbb{R}) = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det(A) \neq 0\}$, $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ și $f : \mathbb{C}^* \rightarrow GL_2(\mathbb{R})$ definită prin $f(a + bi) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$. Să se arate că (\mathbb{C}^*, \cdot) și $(GL_2(\mathbb{R}), \cdot)$ sunt grupuri, f este un morfism de grupuri între (\mathbb{C}^*, \cdot) și $(GL_2(\mathbb{R}), \cdot)$, și să se determine nucleul său.

Analiză matematică

1. Teorema lui Fermat (enunț și demonstrație)
2. Se dă funcția $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x, & \text{dacă } x \in]0, +\infty[\\ 0, & \text{dacă } x = 0. \end{cases}$$

- a) Calculați $\lim_{x \searrow 0} f(x)$.
- b) Studiați continuitatea și derivabilitatea funcției f pe $[0, +\infty[$; calculați derivata funcției f' pe mulțimea maximă de derivabilitate.
- c) Determinați punctele de optim (extrem) local ale funcției f relative la $[0, +\infty[$.
- d) Determinați o primitivă $F : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pe $[0, +\infty[$.

Geometrie

1. Distanța de la un punct la un plan
2. Fie cubul $[ABCD A' B' C' D']$ de muchie "a" raportat la reperul ortonormat având ca axe Ox, Oy, Oz dreptele AB, AD, AA' . Se consideră punctele M, N și P , aparținând segmentelor $(AB), (BC)$ și (CC') astfel încât $(MA) = (MB)$, $NB/NC = 1/2$, $PC/PC' = 1/3$.
 - a) Să se determine distanța de la punctul C' la planul (MNP) .
 - b) Dreptele DD' și AA' intersectează planul (MNP) în punctele Q și R . Să se determine unghiul dintre dreptele QR și $B'C'$.