

EXAMENUL NAȚIONAL DE ACORDARE A DEFINITIVĂRII ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
17 Iulie 2012

Proba scrisă
Matematică

VARIANTA 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră polinomul $f = X^4 + 2X^2 + X + 2 \in \mathbb{Z}_3[X]$.
- 5p a) Arătați că f este reducibil în $\mathbb{Z}_3[X]$.
- 5p b) Dați un exemplu de polinom $g \in \mathbb{Z}_3[X]$, ireducibil în $\mathbb{Z}_3[X]$ și care are aceeași funcție polinomială cu f .
2. Un hexagon inscriptibil are trei laturi de lungime a și trei laturi de lungime b .
- 5p a) Arătați că hexagonul are un unghi cu măsura de 120° .
- 5p b) Calculați, în funcție de a și b , raza cercului circumscris hexagonului.
3. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcția $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n \cdot \arctg x$.
- 5p a) Determinați $k \in \mathbb{N}^*$ pentru care graficul funcției f_k are asimptotă spre $+\infty$.
- 5p b) Arătați că $(n+1) \int_0^1 f_n(x) dx + (n-1) \int_0^1 f_{n-2}(x) dx = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Elaborați un item de tip întrebare structurată prin care să evaluați trei dintre competențele specifice precizate în următoarea secvență a programei școlare de matematică pentru clasa a IX-a:

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none">1. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică2. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea3. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)4. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații6. Identificarea unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații	<p>Funcția de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none">• Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

(Programa școlară de matematică, OMECI nr.5099 / 09.09.2009)

În elaborarea itemului se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- succesiunea subîntrebărilor să asigure creșterea treptată a gradului de dificultate
- fiecare subîntrebare să solicite un răspuns care nu depinde de răspunsul la subîntrebarea precedentă
- subîntrebările să fie în concordanță cu stimulul utilizat.

Notă. Se punctează și elaborarea detaliată a răspunsului așteptat, precum și corectitudinea științifică a informației matematice.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Formele educației (educația formală, educația nonformală, educația informală): definirea, analiza și interdependența conceptelor.