24 noiembrie 2018 Conf. dr. Valeriu Anisiu

Limite de funcţii

Probleme rezolvate

1. $\lim_{x\to 0} \dfrac{(2^x-1)\ln\left(1+\sin^2 x\right)}{\left(\sqrt{1+x}-1\right)\operatorname{tg} 2x} = 0.$

2. Pentru $a>0$, $b>0$, calculaţi $L(a,b)=\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln(1+a^x)}{\ln(1+b^x)}$.

3. Găsiţi a,b astfel încât $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}+ax+b\right)=1$.

4. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^3-2x, x\in\mathbb{Q} \\ x^2-2, x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}. \end{cases}$ Determinaţi $\alpha\in\mathbb{R}$ astfel încât să existe $\lim_{x\to\alpha} f(x)$.

5. Orice funcţie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ periodică şi neconstantă nu are limită la $+\infty$.

Probleme propuse

6. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\operatorname{tg}\frac{k}{n^2}=\frac{1}{2}$.

7. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}-1\right)=\frac{1}{2}$.

8. $\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n^2}\right)=\sqrt{\mathrm{e}}$.

9. $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{a_1^x+a_2^x+...+a_k^x}{k}\right)^{\frac{1}{x}}=\sqrt[k]{a_1a_2...a_k}$, $a_1,a_2,...,a_k>0$.