24 noiembrie 2018 Conf. dr. Cornel Pintea

Geometrie analitică (I)

Se consideră un plan raportat la un sistem cartezian ortonormat şi familia $\mathcal{F}$ a dreptelor din plan de forma (d_r) $y = 2rx - r^2$, $r \in \mathbb{R}$. Să se arate că:

1. pentru orice dreaptă neparalelă cu axa Ox există o singură dreaptă în familia $\mathcal{F}$ perpendiculară pe dreapta dată.
2. pentru orice dreaptă neparalelă cu axa Oy există o singură dreaptă în familia $\mathcal{F}$ paralelă cu dreapta dată.
3. dacă $r_1 \neq r_2$, atunci $d_{r_1} \not\parallel d_{r_2}$, iar coordonatele (u, v) ale punctului lor de intersecţie satisfac $v < u^2$. Invers, dacă $M(u, v)$ este un punct din plan astfel încât $v < u^2$, atunci există două drepte în familia $\mathcal{F}$ care trec prin M. Dacă $v = u^2$, atunci există o singură dreaptă în familia $\mathcal{F}$ care trece prin punctul $M(u, v)$, iar dacă $v > u^2$, atunci nu există nicio dreaptă din familia $\mathcal{F}$ care trece prin $M(u, v)$.
4. dreapta (Δ) $ax + by + c = 0$ aparţine familiei $\mathcal{F}$ dacă şi numai dacă $b \neq 0$ şi $a^2 = 4bc$.
5. dacă $a^2 < 4bc$, atunci prin orice punct al dreptei (Δ) $ax + by + c = 0$ trec două drepte din familia $\mathcal{F}$.
6. dacă $a^2 > 4bc$ şi $b \neq 0$, atunci există un segment al dreptei (Δ) $ax + by + c = 0$ prin punctele căruia nu trece nicio dreaptă din familia $\mathcal{F}$, prin capetele sale trece câte o dreaptă din familia $\mathcal{F}$, iar prin restul punctelor dreptei Δ trec câte două drepte din familia $\mathcal{F}$.
7. aria triunghiului variabil AB_rC_r, $r \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, unde $A(1, 2)$, $\{B_r\} = d_r \cap \alpha$, iar $\{C_r\} = d_r \cap \beta$, are o valoare minimă şi să se determine această valoare, unde α, β sunt dreptele de ecuaţii (α) $x = 1$ respectiv (β) $y = 2$.