

Trigonometrie

1. Să se simplifice expresia

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \cdot \frac{\cos x}{1 + \cos x} \cdot \frac{\cos \frac{x}{2}}{1 + \cos \frac{x}{2}}.$$

2. Arătați că

$$\operatorname{tg} x + 2\operatorname{tg} 2x + 4\operatorname{tg} 4x + 8\operatorname{ctg} 8x = \operatorname{ctg} x.$$

3. Calculați

$$\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14}.$$

4. Demonstrați că pentru orice $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ are loc relația

$$\sqrt{2 + 2 \cos x} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos x}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos x}}} = \frac{\sin x}{\sin \frac{x}{8}}.$$

5. Fie $a_n = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x, n = 0, 1, \dots$. Demonstrați că

$$(a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1}) \sin^2 x \cos^2 x = a_1 - a_{n+1}, n = 1, 2, \dots$$